

مطالب این کتاب حاصل چهار سال تفرقه اینجانب در تدریس در بی کتول فعلی در دانشکده
مهندسی برق دانشگاه صنعتی شریف است. البته اکثر نکات فرایف را نه سده در اینجا، برات
اساتید خود اینجانب در دوران تحصیل می باشد و در اینجا محضراً از ضرورت مائیکل آتئز
(Michael Athans) بخاطر تفهیم مای اصل پس فرور و سیم هفا طلقه سبه به اینجانب
شکری میام. بسیاری از دانشویان اینجانب نیز با طرح سزالات جلب در عملی سلهای مختلف
در درسی شدن بیشتر مطالب نقش قابل توجهی داشته اند و بعضی از آنها اینجانب را در کار تصحیح
ای متن یاری کرده اند و در اینجا از تمامی آنها قدردانی می نمایم. به یاری فراوانند با استفاده از
مطالب لرد آوری سده در اینجا قدمی در راه معرفی بهتر علم کتول که یکی از اساسی ترین ساف های
مهندسی برقی باشد، برداشته و گامی به پیشبرد تکنولوژی سلکت برده باسیم.

محمد علی معصوم نیا

شهریور ۱۳۶۹

شماره صفحه	فهرست مطالب	پیشگفتار
I		علامات
III		
۱-۱	فصل ۱ - مقدمه	
۱-۲	۱.۱ - مراحل طراحی سیستم های کنترلی	
۱-۳	۱.۲ - سازمان دهی مطالب	
۲-۱	فصل ۲ - تعریف مسئله طراحی کنترل کننده	
۲-۱	۲.۱ - مدل سیستم ها	
۲-۲	۲.۲ - تعریف مسئله	
۲-۶	۲.۳ - پایداري سیستم حلقه بسته	
۲-۱۱	۲.۴ - حذف صفر و قطب سیستم د کنترل کننده	
۲-۱۲	۲.۵ - خلاصه	
۳-۱	فصل ۳ - دنبال کردن دستور و ارسین بردن اتمتاس	
۳-۱	۳.۱ - دنبال کردن ورودی مبنا و ارسین بردن از اتمتاس - محل قبلیها	
۳-۷	۳.۲ - دنبال کردن ورودی مبنا و ارسین بردن از اتمتاس - پاسخ فرکانسی	
۳-۱۱	۳.۳ - حساسیت سیستم های کنترلی حلقه باز و حلقه بسته	
۳-۱۶	۳.۴ - حساسیت امانهای مسیر پیرو و پیچور	
۳-۱۹	۳.۵ - خلاصه	
۴-۱	فصل ۴ - پاسخ فرکانسی یک سیستم کنترلی مطلوب	
۴-۱	۴.۱ - پایداري مقاوم	
۴-۵	۴.۲ - حدناز و حد بهره	
۴-۱۲	۴.۳ - مشخصه های اندازه پاسخ فرکانسی یک سیستم کنترلی خوب	
۴-۱۵	۴.۴ - رابطه بین پهنای باند سیستم حلقه بسته و پهنای	
۴-۲۰	۴.۵ - جلوه های معاصر پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته از روی پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز	

دنباله فهرست مطالب

۴-۲۳	۴.۲ - خلاصه
۵-۱	فصل ۵ - طراحی کنترل کننده در حوزه فرکانس
۵-۴	۵.۱ - اثر بهره فازی بر ردی پاسخ فرکانسی
۵-۷	۵.۲ - جبران کننده پیش فاز
۵-۱۶	۵.۳ - جبران کننده پس فاز
۵-۲۲	۵.۴ - جبران کننده پس فاز - پس فاز
۵-۲۶	۵.۵ - خلاصه
۶-۱	فصل ۶ - تحلیل درجه سیستم های خطی و قطب های مؤثر
۶-۱	۶.۱ - تحلیل درجه سیستم های خطی
۶-۸	۶.۲ - قطب های مؤثر
۶-۲۱	۶.۳ - خلاصه
۷-۱	فصل ۷ - طراحی کنترل کننده بر اساس محل قطبها
۷-۲	۷.۱ - طراحی با استفاده از روش مکان ریشه ها
۷-۱۹	۷.۲ - خلاصه
۸-۱	فصل ۸ - مکان حیدر در باره کنترل کننده ها
۸-۱	۸.۱ - کنترل کننده های پی - آی - دی
۸-۱۲	۸.۲ - پایداری سلی
۸-۱۵	۸.۳ - پایداری سازی با استفاده از کنترل کننده های پایداری
۸-۱۸	۸.۴ - استفاده از پس حور غیر واحد
۸-۲۵	۸.۵ - خلاصه

فصل بهم و بیرونیت های الف و ب هندر نوشته شده اند

کتابخانه
مهندسی
ساختمانی
فنا

بسمه تعالی
پیشگفتار

در این کتاب با در مثال های متعدد ، درس های طراحی کنترل کننده برای سیستم های تک درودی - تک خروجی فعلی را به نمایش خواهیم گذاشت . البته از همان ابتدا فرض می کنیم که خواننده با اصول تجزیه و تحلیل سیستم های فعلی در حوزه زمان و فرکانس دروس های بیانه مکان ریشه ها (Root Locus) ، بیابان بود (Bode diagram) ، نایکوئیست (Nyquist) و مفاهیم پایداری و ردی راولت (Routh) آشنایی کامل دارد و هدف اصلی ما بکارگیری این روش ها و مفاهیم در طراحی سیستم های کنترلی خواهد بود . این بعضی همی از آموزش کنترل می باشد که متأسفانه در اکثر کتاب های موجود به زبان فارسی مورد توجه قرار نگرفته و در درس کنترل فعلی کارشناسی مهندسی برق نیز به اندازه کافی بر روی آن تأکید نمی شود .

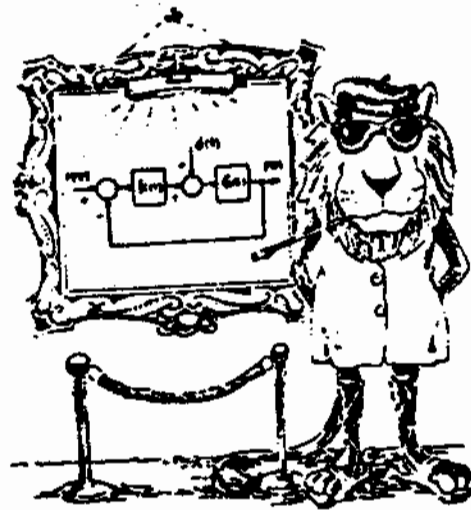
مطالب جمع آوری شده در اینجا از دید در متون خارجی بصورت پراکنده یافت می شود ولی متنی این کتاب توجه هیچیک از این متون نموده و اکثر اثبات های ارائه شده در اینجا متعلق به خود اینجانب است و با حذف جزئیات پیچیده ریاضی سعی کرده ام تا مطالب برای دانشجویانی که درس کنترل فعلی کارشناسی مهندسی برق را گذرانده اند ، قابل فهم باشد . البته در فصل نهم اشاره ای به مسی سازی فرآیندهای انتقالی خواهیم داشت و برای فهم بعضی از مطالب این فصل احتیاج به آشنایی با متغیرها و فرآیندهای انتقالی می باشد و گذراندن درس مغایرات ! کارشناسی مهندسی برق به فهم مطالب این قسمتها کمک خواهد کرد .

فاطر تأکید بر استفاده روز افزون از نرم افزارهای طراحی سیستم های کنترلی (design)
Computer aided control system (اگر محاسبات مربوط به مثال های جمع آوری شده در اینجا بوسیله نرم افزار Pc-Matlab انجام شده و خروجی های نمایش داده شده نیز بوسیله این نرم افزار رسم شده اند . کاریکاتورهایی نیز که در بعضی از صفحات دیده می شوند ، از کتاب The TeXBook پر مشهور Donald Knuth کپی شده اند و مفاهیم کنترلی ردی آنها مشتق شده است .

علامات

t	زمان
s	متغیر لاپلاس
σ	جزء حقیقی یک عدد مختلط
ω	جزء موهومی یک عدد مختلط
j	جزء عدد ۱-
ζ	نسبت میرایی یک قطب مختلط - Damping ratio
ω_n	مکانس طبیعی یک قطب مختلط - Natural frequency
ω_n	میرایی یک قطب مختلط - اندازه جزء حقیقی قطب مختلط - Damping
ω_d	فرکانس میرایی طبیعی - $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ - Damped natural frequency
$(s + \sigma \pm j\omega)$	نمایاننده قطب‌های ورودی است که در این‌ها $\sigma \pm j\omega$ می‌باشد.
	$(s + \sigma \pm j\omega) = s^2 + 2\sigma s + \sigma^2 + \omega^2$
$r(t)$	ورودی مبدا - مقدار دلخواه فردی
$u(t)$	عمدتاً نمایانگر ورودی سیستم است - در بعضی موارد نمایانگر فردی کنترل کننده می‌باشد
$y(t)$	فردی واقعی سیستم
$\bar{y}(t)$	فردی اندازه گیری شده سیستم
$n(t)$	نویز اندازه گیری
$d_i(t)$	اعتنا سنی در ورودی سیستم
$d_o(t)$	اعتنا سنی در فردی سیستم
$e(t)$	خطا - تفاضل سنی در ورودی مبدا و فردی اندازه گیری شده
$R(s)$	تبدیل لاپلاس $r(t)$ - در حالت کلی تبدیل لاپلاس سینتال $w(t)$ را با $W(s)$ نمایش میدهیم
$G(s)$	تابع تبدیل سیستم یا فرآیندی که می‌خواهیم آنرا کنترل کنیم - عمدتاً تابعی گویا درجه فردی می‌شود.
$K(s)$	تابع تبدیل جبران کننده - عمدتاً تابعی گویا درجه فردی می‌شود.
$G_c(s)$	تابع تبدیل سیستم صلته باز $G_c(s) = K(s)G(s)$

$G_{CL}(s) \triangleq \frac{G(s)K(s)}{1+G(s)K(s)}$	تابع تبدیل سیستم حلقه بسته	$G_{CL}(s)$
$m(t)$	تابع تبدیل از ورودی $p(t)$ به خروجی	$G_m(s)$
	بهره مستقیم تابع تبدیل سیستم حلقه بسته (DC-gain)	$G_{CL}(0)$
رژیم بهایت یک تابع تبدیل پایدار که برابر ماکزیمم اندازه پاسخ فرکانسی $G(s)$ می شود.		$\ G(s)\ _{\infty}$
فرکانس گذر 0-db اندازه پاسخ فرکانسی $K(s)G(s)$ (0-db Crossover frequency)		ω_c
بهنای باند سیستم حلقه بسته (Bandwidth)		ω_b
ماکزیمم مقدار اندازه پاسخ فرکانسی سیستم		$M_{p\omega}$
فرکانسی که در آن ماکزیمم مقدار اندازه پاسخ فرکانسی اتفاق می افتد		ω_r
زمان نشست - زمان رسیدن ولتی ماندن پاسخ به در محدوده ۹۸٪ تا ۱۰۰٪ مقدار بهایی (Settling time)		t_s
زمان صعود - زمان رسیدن پاسخ به از ۵۰٪ مقدار بهایی به ۹۰٪ مقدار بهایی		t_r
ماکزیمم مقدار پاسخ به سیستم		M_{pt}
حداقل (Phase margin)		ϕ
حدهیره (Gain margin) عموماً به حدی که حدهیره از طرف بالا در طرف راست تقسیم می شود.		h
ماکزیمم مقدار فاز مثبت حیران کننده پیش فاز		ϕ_m
نسبت قطب به صفر حیران کننده پیش فاز یا نسبت صفر به قطب حیران کننده پس فاز		α
$K_p \triangleq \lim_{s \rightarrow 0} K(s)G(s)$	ثابت قطبی مکان - ضریب قطبی مکان	K_p
$K_v \triangleq \lim_{s \rightarrow 0} sK(s)G(s)$	ثابت قطبی سرعت - ضریب قطبی سرعت	K_v
$K_a \triangleq \lim_{s \rightarrow 0} s^2 K(s)G(s)$	ثابت قطبی شتاب - ضریب قطبی شتاب	K_a
	عموماً نمایانگر ثابت زمانی قطب درجه اول است	τ
	عموماً نمایانگر تأخیر زمانی است	L
	به جز مناسب حیران کننده پی-آی-دی	K_c
	ثابت زمانی استرال لیری - در حیران کننده پی-آی-دی استفاده می شود	T_I
	ثابت زمانی مشتق لیری - در حیران کننده پی-آی-دی استفاده می شود	T_D



فصل ۱ مقدمه

آیا تاکنون هنگام پرواز با هواپیمای به سفوح کنتری متحرک آن توجه کرده‌اید؟ این سطوح در طی پرواز شما به مقصد بهر صورت خودکار حرکت کرده و تقابل داینداری هواپیمای را با وجود تمام تغییرات در سبب اجزای و دیگر امتیازات وارد بر هواپیمای حفظ می‌کنند. یا هنگام فرود، در هوایی مه آلود، در شرایطی که حتی امکان تشخیص شیء‌ای در فاصله ده متری نیز وجود ندارد، سیستم فرود خودکار با تغییر سفوح کنتری، هواپیمای عظیم مسازری را بتدریج پایین آورده و بدون هیچ مشکلی صحیح و سالم بر روی باند پروازی نشانند.

«حقیقت» این تنها نمونه‌ای از سیستم‌های متعدد اطراف ما است که از سیستم‌های کنترل خودکار برای انجام وظایف خود بهره می‌جویند. امروزه سیستم‌های کنترل خودکار جزو لاینفکی از یالایستگاهها، نیروگاهها، صنایع خورد، صنایع کاشندسازی، سیستم‌های نظامی و دیگر فرآیندها صنعتی می‌باشند و بدون استفاده از آنها، حفظ کارایی بسیار بالا در اینگونه سیستم‌ها به هیچ وجه امکان پذیر نمی‌باشد. هدف ما در این کتاب، آشنایی با فیلدهای طراحی سیستم‌های کنترل خودکار است. برای این منظور ساده‌ترین نوع سیستم‌های حلقه بسته (Closed Loop) که از یک حلقه پس‌خورد (Feedback) تشکیل شده‌اند را به تفصیل مورد بررسی قرار خواهیم داد و دلایل استفاده از آنها را ذکر کرده و کلیات و مزایای آنها را برخواهیم سزود. البته پس از یادگیری اصول طراحی

رتبه دقیق - مثلثی متقدری که در اینجا گرد آوری شده است ، و توان این روش ها را
تعمیم داده و سیستم های کنترلی برابری پیچیده تر را مورد بررسی قرار داد و برای آنها کنترل کننده
مناسب طراحی نمود . در ادامه به تفکیک مراحل مختلف طراحی سیستم های کنترلی پرداخته و در آنها
نیز سازماندهی مطالب ارائه شده را ذکر خواهیم کرد .

۱-۱ - مراحل طراحی سیستم های کنترلی

در اولین مرحله طراحی سیستم های کنترلی ، مسئله مورد نظر باید دقیقاً تعریف شده و اهداف
مورد نظر نیز کاملاً شناسایی شود . سپس باید دیاگرام بلوکی سیستم را رسم کرده و اجزای مختلف
سیستم را مشخص نمود . مرحله بعدی بدست آوردن رابطه ورودی - خروجی اجزای مختلف
سیستم کنترلی می باشد . جهت مدل سازی و بدست آوردن رابطه ورودی - خروجی یک سیستم
عموماً کاری پیچیده و تخصصی است و روش های متعددی برای انجام آن وجود دارد . این
روش ها را می توان به دو دسته کلی تقسیم نمود .

در روش اول بر اساس آزمایش های از پیش تعیین شده ای ، ورودی های مشخصی به سیستم
اعمال شده و خروجی های سیستم ضابط می شود و سپس مدل مناسبی به اطلاعات گرد آوری شده
فهرت داده (Fit) می شود . البته این روش مدل سازی در مراجع مختلف شناسایی سیستم ها
(System Identification) [۸] [۱۱] مورد بررسی قرار گرفته است و برای اطلاع بیشتر می توانید
به آنها رجوع کنید .

در روش دیگر ، با استفاده از قوانین فیزیک (مانند قوانین نیوتن ، قوانین ترمودینامیک ، ...) معادلات
دینامیک روابط دهنده ورودی و خروجی سیستم نوشته می شود . البته بخاطر کاربرد وسیع کنترل در شاخه های
مختلف ، عمداً این قسمت از کار متلزم داشتن زمینه ای قوی در مورد مسئله مورد نظر می باشد . بطور
مثال برای مدل سازی بعضی فرآیندهای شیمیایی ، آشنایی با قوانین ترمودینامیک و مکانیک سیالات الزامی
است در حالیکه برای مدل سازی یک سیستم سرد مکانیزم احتیاج به آشنایی با موتورهای الکتریکی
و دینامیک داریم . بجز این در اکثر اوقات رابطه ای متغیرهای مختلف بر سبب معادلات دینامیک
میرفتی قابل بیان است و اکثر اوقات برای مدل سازی مورد نیاز کنترل کننده ذهن رضی بودن سیستم
مورد بحث دارند . به این دلیل عمداً باید معادلات مورد نظر را حول نقاط کار مناسب قطعی کنیم .

نکته: غالباً توجه دیگر این است که مدل‌های بیان‌کننده رفتار سیستم ممکن است تحت شرایط مختلف تغییر کنند. به‌طور مثال رفتار یک هواپایا رابطه‌اش با ارتفاع پروازی و سرعت آن بار و مدل فعلی شده هواپایا در ارتفاعات مختلف و سرعت پروازهای متفاوت عموماً یکی تغییر می‌کند. پس در حقیقت ما با یک مدل تنها سروکار نداریم بلکه ممکن است با خانواده‌ای از مدل‌ها برای یک سیستم واحد در شرایط مختلف مواجه باشیم.

پس از انجام مرحله مدل‌سازی باید کنترل‌کننده مناسبی برای سیستم طراحی کنیم تا اهداف مورد نظر برآورده شوند. این قسمت از کار هدف اصلی ما در اینجا فراهم بود و در فصل‌های آینده به تفصیل درباره آن صحبت خواهیم کرد. فقط در اینجا تأکید می‌کنیم که در مراحل مختلف طراحی هواپایا باید تقریبی بودن مدل سیستم را در نظر داشته باشیم و کنترل‌کننده‌ای طراحی کنیم تا با وجود تغییرات در مدل، کارایی سیستم ملحقه سبباً را حفظ کند.

در مرحله بعدی باید کنترل‌کننده طراحی شده را در صورت امکان با مدل واقعی سیستم (مدل فعلی شده که تمام جزئیات را در بر دارد) شبیه‌سازی کنیم و اثر تغییر پارامترهای مختلف و ورودی‌های اغتشاش بر سیستم را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم. برای این منظور استفاده‌ای کوتاه به روش‌های مختلف شبیه‌سازی در فصل نهم خواهیم داشت.

در طی شبیه‌سازی سیستم کنترلی عمده‌ای مشاهده می‌شود که تمامی اهداف مورد نظر کاملاً برآورده شده اند و در بسیاری از مواقع باید عمل طراحی کنترل‌کننده و یا مدل‌سازی سیستم را دوباره انجام داده و جزئیات نادیده گرفته شده را در نظر بگیریم و کنترل‌کننده طراحی شده را بهبود ببخیم. در حقیقت، طراحی یک کنترل‌کننده واقعی بر پایه آزمون و خطا استوار است و با استفاده از اصول طراحی که در اینجا ارائه خواهیم کرد، این مستقیم‌تر و در زمان کوتاه‌تر به کنترل‌کننده‌ی نهایی دست خواهیم یافت.

۱-۲ - سازماندهی ارائه مطالب

پس از بررسی مقدماتی اهمیت سیستم‌های کنترلی خودکار و تفکیک مراحل مختلف طراحی کنترل‌کننده در فصل اول، مسئله طراحی کنترل‌کننده را به صورت دقیق در فصل دوم تشریح خواهیم کرد. در ادامه این فصل مفهوم بایبندی سیستم‌ها و ملحقه را مورد بررسی قرار داده و گامی ظریف درباره

حذف مغز و قلب سیم و کنترل کننده دگر خواهیم نمود. همیشه خواهیم دید که هیچگاه باید مدعی سیم مغز
سیم و کنترل کننده بر روی محور سیم یا سمت راست آن صورت پذیرد چون سبب ناپایداری سیم
حلقه سیم خواهد شد.

در فصل سوم کلیه عملی دنبال کردن دستور را برین بردن از امتیازات که یکی از اهداف مهم سیم ها
کنترل حلقه سیم می باشد را هم بر اساس محل قطبهای سیم و جبران کننده و هم بر اساس پاسخ فرکانسی
سیم و جبران کننده مورد بررسی قرار می دهیم. علاوه بر حالت سیم حلقه سیم تغییرات بار آنرا هم
سیم حلقه سیم را هم در حالت حلیت با استفاده از سیم حلقه سیم خواهیم کرد.

در فصل چهارم دربارهٔ ظاهری مدلسازی و اثر آنها بر روی پایداری سیم حلقه سیم صحبت کرده و
دربارهٔ پاسخ فرکانسی یک سیم نمونه مکانی را ارائه خواهیم کرد. در آنجا خواهیم دید که پاسخ فرکانسی
حلقه باز یک سیم کنترل فریب در فرکانسهای پایین دارای اندازهٔ بزرگی بوده و در فرکانسهای بالا
نیز اندازهٔ کوچکی را دارا است. در انتهای این فصل نیز به تفصیل دربارهٔ رابطهٔ بینای باید
سیم حلقه سیم و سرعت پاسخ زمانی آن بحث خواهیم کرد.

در فصل پنجم دربارهٔ طراحی کنترل کننده در صدها فرکانس صحبت خواهیم کرد. شیوهٔ تمرکز مادی
این فصل بر روی جبران کننده‌های پیش فاز و پس فاز خواهد بود و نشان خواهیم داد که چگونه با استفاده
از جبران کننده پس فاز می توان پاسخ فرکانسی را در فرکانسهای پایین تقویت نمود و با استفاده از
جبران کننده پیش فاز، عرض سیم را بهبود بخشید.

در فصل ششم دربارهٔ جلوه‌های تقریب یک سیم حلقه سیم در پایین تر بر اساس نزدیکی
پاسخ زمانی آنها و هم بر اساس نزدیکی پاسخ فرکانسی آنها صحبت خواهیم کرد و دربارهٔ قلب های مؤثر
سیم ها بحث کرده و نشان خواهیم داد که رفتار بسیاری از سیم ها را می توان با سیم های درجه اول
یا دوم تقریب زد و در نتیجه عملاً لزومی بر متنفس کردن محل تمامی قطبهای سیم حلقه سیم وجود
ندارد و فقط باید قطبهای مهم سیم حلقه سیم را در محل های مورد نظر صحت - s قرار داد.
در فصل هفتم دربارهٔ روش طراحی مکان ریشه ما بحث خواهیم کرد و نشان خواهیم داد که چگونه
می توان با استفاده از جبران کننده های مناسب، قطبهای مؤثر سیم حلقه سیم را در محل های
مناسب قرار داد و با استفاده از جبران کننده پس فاز می توان ضرایب قطبهای سیم را افزایش داده و در

سیستم حفاظی سیستم طبقه سبته را در دستمال کردن ورودی های مناسکامش داد.

در عمل حتم به تفصیل درباره کنترل کننده های پی-آی-دی (PID) که در فرآیندهای صنعتی بصورت گسترده کاربرد دارند صحبت کرده و روشهای مختلف تنظیم آنها را بر خواهیم سزرد. سپس درباره سئای استفاده از یک کنترل کننده پایدار برای پایدارسازی سیستم طبقه سبته صحبت کرده و درباره نکات عملی طراحی کنترل کننده و سیستم های کنترلی با پس فررینزادامد سخنانی ارائه خواهیم کرد. در فصل آرنیز درباره سبیه سازی سیستم های دینامیکی صحبت خواهیم کرد. در ابتدا ای این فصل به روش های عددی حل معادلات دیفرانسیل اشاره کرده و نشان خواهیم داد که چگونه با نرم افزارهای پیشهادی می توان یک معادله دیفرانسیل داده شده را سئایاً از طریق مقفی حل نمود. سپس درباره تولید اعداد تصادفی و سبیه سازی فرآیندهای اتفاقی اثرکننده بر سیستم های کنترلی بحث خواهیم کرد.

فصل ۲ تعریف مبداء طراحی کنترل کننده

در این فصل مبداء طراحی کنترل کننده را به دست ترفیخ فراهم نمود و اشاراتی به علت استفاده از سیستم های حلقه بسته برای نیل به اهداف طراحی فراهم داشت. سپس نشان خواهیم داد که برای بررسی پایداری سیستم حلقه بسته باید پایداری تابع تبدیل مفروض را مورد بررسی قرار دهیم و همچنین نباید صرفاً قطب سیستم را که در سمت چپ محور قرار ندارند با قطب و صفر کنترل کننده حذف نمود چون اینست پایداری سیستم حلقه بسته فراهم است. قبل از پرداختن به بحث اصلی، بررسی کوتاه پرسش های مورد استفاده در این کتاب خواهیم داشت.

۲-۱ - مدل سیستم ها

در طول این کتاب فرض خواهیم کرد که رابطه ایین ورودی $u(t)$ و خروجی $y(t)$ سیستم رای ترانز پوسیدگی مفادله و غیر انیل خطی با ضرایب ثابت بیان کرد. عبارت دیگر فرضی خواهیم کرد که تابع تبدیل سیستم (نسبت تبدیل لابلاس خروجی به تبدیل لابلاس ورودی) تابعی گویا از s بوده و ضدهلهای صورت

تابع تبدیل را با $b(s)$ و ضدهلهای مخرج آن را با $a(s)$ نمایش خواهیم داد:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (2-1)$$

توجه کنید که فرض ما این خواهد بود که ضریب بزرگترین ضدهلهای $a(s)$ عدد واحد می باشد. علاوه بر این با سیستم هایی سروکار خواهیم داشت که درجه ضدهلهای صورت تابع تبدیل آنها از درجه ضریب مخرج بزرگتر نباشد. به عبارت دیگر فرضی کنیم $m \leq n$. به تابع گویایی که درجه ضدهلهای صورت آن بزرگتر از درجه مخرج آن می باشد یک تابع گویای صده (Proper rational) گفته می شود. اگر درجه صورت کوچکتر از مخرج باشد این تابع گویا آلیده صده (Strictly proper rational) گفته می شود. البته در اکثر سیستم های فیزیکی همواره $m < n$ می باشد چون پاسخ پله ای یک سیستم فیزیکی نمی تواند نا محدود باشد. به عبارت دیگر در یک سیستم فیزیکی عمده تغییر یکباره ورودی باعث تغییر یکباره خروجی نمی شود. همینطور علاوه بر پیوستگی پاسخ پله سیستم، شیب

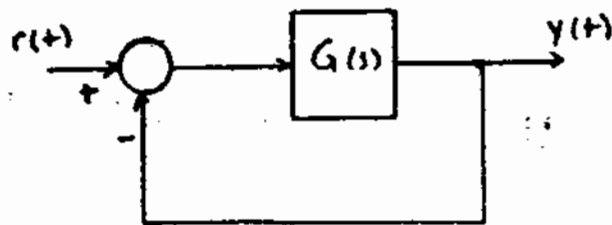
پاسخ به بسیاری از سیستم‌ها در $t=0$ صفر باشد یا معادلاً پاسخ فزاینده بسیاری از سیستم‌های فیزیکی در $t=0$ بیست و باشد در برای برآورد بودن این خاصیت باید شرط $m < n-1$ برقرار باشد در حالت کلی برای اینکه مثلث نام پاسخ به سیستم (۲-۱) در $t=0^+$ صفر باشد باید شرط $m < n-1$ برقرار باشد. پس در حقیقت رابطه بین m و n نباید مقدار همواره بودن پاسخ به سیستم در $t=0$ است.

ذکر این نکته ضروری است که (۲-۱) فقط مدلی مناسب برای بررسی رفتار یک سیستم باشد و رفتار بسیاری از سیستم‌های فیزیکی دقیقاً به سبب این رابطه (۲-۱) قابل بیان نیست و علی‌الحاقی در مدل کردن رابطه بین ورودی و خروجی سیستم حول یک نقطه که مناسبی برای رفتار بسیاری از سیستم‌ها می‌باشد را برسیه یک تابع تبدیل گویا تقریب زد. پس همواره باید این نکته را در نظر داشته باشیم که مدل‌های مورد استفاده در مراحل مختلف مراحلی فقط تقریبی از واقعیت می‌باشند و حاصلی سیستم را به دقت مدل مورد بررسی نباید در مراحل مختلف در نظر بگیریم. (به عبارت دیگر همه مدل‌های موجود دارای محدودیت‌هایی می‌باشند ولی استفاده نابجا از مدل‌ها هیچگونه محدودری ندارد!) [۳] [۴].

حافظه که می‌دانیم به ریشه‌های چندجمله‌ای مزخج تابع تبدیل قله‌های سیستم و به ریشه‌های معادله‌های صورت تابع تبدیل صفرهای سیستم می‌گویند. به علاوه طبق تعریف چندجمله‌ای صورت و مزخج تابع تبدیل سیستم نباید ریشه مشترکی داشته باشند چون در غیر این صورت می‌توان صورت و مزخج را در حین ساده‌سازی و لغو هم‌نامی بدون آنکه در تابع تبدیل تغییری حاصل شود و از این پس فرض خواهیم کرد که $a(s)$ و $b(s)$ ریشه مشترکی ندارند.

سیستم‌هایی که به سبب رابطه (۲-۱) (با $m < n$) قابل بیان می‌باشند دارای خواص بسیار جالبی هستند. دو خاصیت بسیار مهم آنها این است که انتقال سری انتقال موازی اینگونه سیستم‌ها قابل تعریف است. به عبارت دیگر مجموع و حاصل ضرب دو تابع گویا برهه می‌باشد و به سبب رابطه (۲-۱) قابل بیان می‌باشد.

حال کسی درباره از بستن حلقه فیدبک واحد در سیستم مدل (۲-۱) صحبت خواهیم کرد. شکل (۲-۱) را در نظر بگیرید و فرض کنید که $G(s)$ تابع گویا از s بوده و داشته باشیم $m < n$. آنجا



شکل (۲-۱) - سیستم تحت پس خورد واحد

$$Y(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} = \frac{b(s)}{a(s) + b(s)} \triangleq G_e(s) \quad (2-2)$$

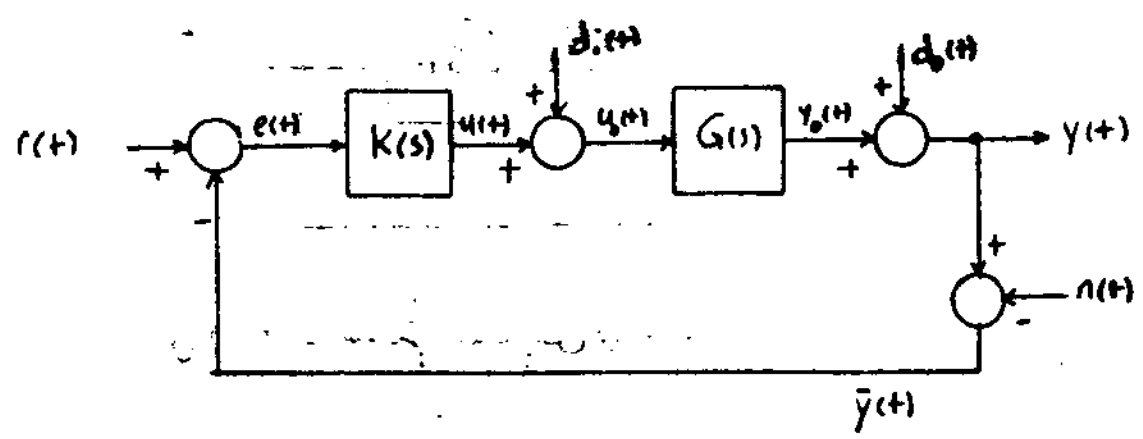
توجه کنید چون $m < n$ و می‌کنه آنگاه درجه چندمندی $a(s) + b(s)$ همان درجه چندمندی $a(s)$ می‌نویسه n خواهد بود پس $G_e(s)$ خود نیز تابعی گویا از n بوده و درجه صورت آن کوچکتر از درجه مخرج می‌باشد. البته اگر $m = n$ می‌بود، تحت شرایط خاص درجه $a(s) + b(s)$ می‌توانست کوچکتر از درجه $b(s)$ شده و در نتیجه $G_e(s)$ بوسیله (۲-۱) با فرقی $m < n$ قابل بیان نمی‌بود. البته اگر از این حالات خاص صرف نظر کنیم آنگاه در اکثر اوقات حتی برای $m = n$ نیز درجه صورت $G_e(s)$ بزرگتر از درجه مخرج آن خواهد شد. ما توجه را به رابطه (۲-۲) واضح‌الت که مخرجی سیستم حلقه بسته، ریشه‌های $b(s)$ که همان مخرجی سیستم حلقه باز می‌باشند خواهد بود. ریشه‌های سیستم حلقه بسته، ریشه‌های $a(s) + b(s)$ خواهند بود که ریشه‌های $a(s)$ (ریشه‌های سیستم حلقه باز) متفاوت است. توجه کنید که $b(s)$ و $a(s) + b(s)$ می‌توانند ریشه‌های مشترک داشته باشند چون $b(s)$ و $a(s)$ ریشه‌های مشترکی ندارند. پس نتیجه می‌گیریم که در اینجا اگر تمام ریشه‌ها در شکل (۲-۱) مخرجی سیستم حلقه باز $G(s)$ و مخرجی سیستم حلقه بسته $G_e(s)$

توجه کنید که ریشه‌های مشترک آنها باید در متفاوت است.

در این کتاب ما ساده ترین فرم یک سیستم کنترلی حلقه بسته را که در شکل (۲-۲) آمده است مورد بررسی قرار خواهیم داد. بسیاری از مسائل کنترلی می‌تواند به صورت دیاگرام (۲-۲) مدل شود.

۲-۱ - تعریف مسئله

در این کتاب ما ساده ترین فرم یک سیستم کنترلی حلقه بسته را که در شکل (۲-۲) آمده است مورد بررسی قرار خواهیم داد. بسیاری از مسائل کنترلی می‌تواند به صورت دیاگرام (۲-۲) مدل شود.



شکل (۲-۲) - دیالگرام بلوکی یک سیستم کنترلی نمونه

در این شکل $G(s)$ نمایانگر مدل سیستم فیزیکی مورد بحث می باشد و خروجی آنرا با $y(t)$ نمایش داده و ورودی آن را با $u(t)$ نمایش خواهیم داد. فرضی ما برای خواهد بود که ورودی سیستم از دو جزء $u(t)$ و $d_1(t)$ تشکیل شده است. در اینجا $d_1(t)$ اختلالی و ورودی می باشد و فرضی خواهیم کرد که تحت کنترل ما نمی باشد. البته رقم کلی اختلالی در یا لطیف فرکانسی آن ممکن است بلورهای مهیا باشد. $u(t)$ نیز جزئی از ورودی سیستم می باشد که تحت کنترل ما بوده می توانیم آن را تغییر دهیم. خروجی کلی سیستم نیز که آنرا با $y(t)$ نمایش خواهیم داد یعنی است که رفتار آن مورد نظر ما بوده و $y(t)$ خود او خروجی $y_0(t)$ و $d_2(t)$ تشکیل شده است. در اینجا $y_0(t)$ جزئی از خروجی بوده که توسط $u_0(t)$ قابل تغییر است و $d_2(t)$ نیز اختلالی خروجی می باشد که تحت کنترل ما نبوده و مستقیماً بر روی خروجی $y(t)$ تأثیر می گذارد. علاوه بر این می گوییم که $y(t)$ توسط یک اندازه گیر با نویز $n(t)$ برای استفاده در کنترل کننده اندازه گیری می شود. خروجی اندازه گیر را با $\bar{y}(t)$ نمایش می دهیم.

مقدار دلخواه خروجی $y(t)$ را با ورودی مناسبی $r(t)$ نمایش خواهیم داد. وقتی کنترل کننده این است که با استفاده از $r(t)$ و $\bar{y}(t)$ سیگنال $u(t)$ مناسب را برای اعمال به سیستم محاسبه کند. البته در دیالگرام (۲-۲) فرض کرده ایم که چیزی که کنترل کننده (یا کنترل کننده) $K(s)$ فقط بر روی تفاضل $r(t) - \bar{y}(t)$ عمل می کند. به تفاضل $r(t) - \bar{y}(t)$ (ناقص هوبون $e(t)$) سیگنال خطا خواهیم گفت و آنرا با $e(t)$ نمایش می دهیم.

(۲-۲) مسئله طراحی کنترل کننده $K(s)$ را می‌توان به این صورت بیان کرد که

می‌خواهم $K(s)$ (که تابعی گویا دهمه از s باشد) را انتخاب کنم تا خروجی $y(t)$ ورودی

منای $d(t)$ را (بدون خطا یا مازای کم) دنبال کرده و بی اثر اغتشاش‌های ورودی

$d_1(t)$ و خروجی $d_2(t)$ و سیگنال نویز اندازه‌گیر $n(t)$ بر روی خروجی $y(t)$ تا حد امکان

کاهش پیدا کند و سیستم حلقه بسته نیز پایدار باشد. البته این اعمال همگی باید با فرض تقریبی

بودن مدل سیستم یعنی $G(s)$ انجام شوند.

عموماً در مسئله کنترلی که معرفی نمودیم، اگر $r(t)$ هم‌بازمقدار ثابتی باشد آنگاه به مسئله

کنترلی مربوط به یک رگولاتور یا مسئله طراحی یک رگولاتور (Regulator Problem) گفته

می‌شود. اگر ورودی منای $r(t)$ بازمان تغییر کند آنگاه به مسئله مورد بحث، مسئله

دنبال‌کننده (Tracking Problem) گفته می‌شود. مسئله رگولاتور عمده در فرآیندهای

سختی مورد استفاده فرایون دارد و در اینگونه سیستم‌ها وظیفه سیستم کنترلی در صحت از بین

بردن اغتشاش می‌باشد.

توجه شد که در تمام مراحل طراحی فرضی برای واحد برد که $G(s)$ ثابت بوده و داده شده است

در می‌توان آزادی تغییر داد. البته در بعضی از مسائل ممکن است که در نهایت به این نتیجه برسیم که

طبیعت سیستم پویای می‌باشد که کنترل آزا مشکل مزده است و برای کنترل مطلوب باید در

سیستم تغییراتی بدهیم که در نتیجه موجب بعضی شدن مدل $G(s)$ خواهد شد.

البته در بسیاری از موارد، لزومی به استفاده از سیستم کنترلی حلقه بسته بصورت شکل

(۲-۲) نمی‌باشد و می‌توان با استفاده از یک کنترل کننده حلقه باز سیستم را کنترل نمود. منظور

از یک سیستم کنترلی حلقه باز سیستمی مانند شکل (۲-۲) می‌باشد که در آن حلقه

بازمان بسته است و یا به عبارت دیگر $\gamma(s)$ مداره صفر است. بطوریکه برای اینکه

خروجی منای $r(t)$ را دنبال کند، در یک سیستم کنترلی حلقه باز می‌توان همان‌گونه که $K(s)$

مکان سیستم $G(s)$ (یا تقریبی از آن) در یک محدوده فرکانسی مناسب

تعیین نمود. اشکال سیستم حلقه باز این است که در آن می‌توان از اغتشاش‌های $d_1(t)$

و $d_2(t)$ را بر روی خروجی تصحیف نمود در حالیکه منظور از فراموش دیدن این عمل در سیستم کنترلی

توجه مکان نیز است.

سیستم‌های کنترل مبتنی بر منطق فازی می‌توانند به تشخیص وضعیت سیستم و تغییرات در پارامترهای سیستم کمک کنند. در سیستم‌های حلقه بسته مکان خواهم داد که می‌توان حالت را تغییرات (۱۱۱) کاهش داد. بنابراین یک سیستم (۱۱۱) ناپایدار را به هیچ وجه نمی‌توان بصورت حلقه باز کنترل نمود در حالی که با استفاده از سیستم کنترلی حلقه بسته می‌توان این چنین سیستمی را پایدار کرد. پس بهترین خواص یک سیستم کنترلی حلقه بسته را می‌توان با قابلیت آن کاهش و یا از بین بردن اثرات نامطلوب گاهشی حالت سیستم به تغییرات پارامترها، و پایدار نمودن یک سیستم ناپایدار ذکر نمود.

البته استفاده از سیستم کنترلی حلقه بسته معایب خود را دارد که مهمترین آنها افزایش قیمت سیستم و امکان ناپایدار شدن یک سیستم پایدار با استفاده از سیستم خود را می‌تواند باشد، ولی معایب فزاینده نسبت به مزایای متعدد آن قابل اغماض بود و امروزه از سیستم‌های کنترلی حلقه بسته به صورت شکل (۲-۲) بوضوح در عمل استفاده می‌شود.

مانند آنکه در درس‌های قبل دیده‌اید، مهمترین خاصیت یک سیستم کنترلی حلقه بسته، پایداری آن می‌باشد و این خاصیت همواره باید دقیقاً مورد بررسی قرار گیرد. متأسفانه در اکثر کتابهای کارشناسی محدودترین دقیقاً از پایداری سیستم حلقه بسته شکل (۲-۲) شده است و در قسمت بعد درباره این موضوع به تفصیل بحث خواهیم کرد.

۲-۳- پایداری سیستم حلقه بسته

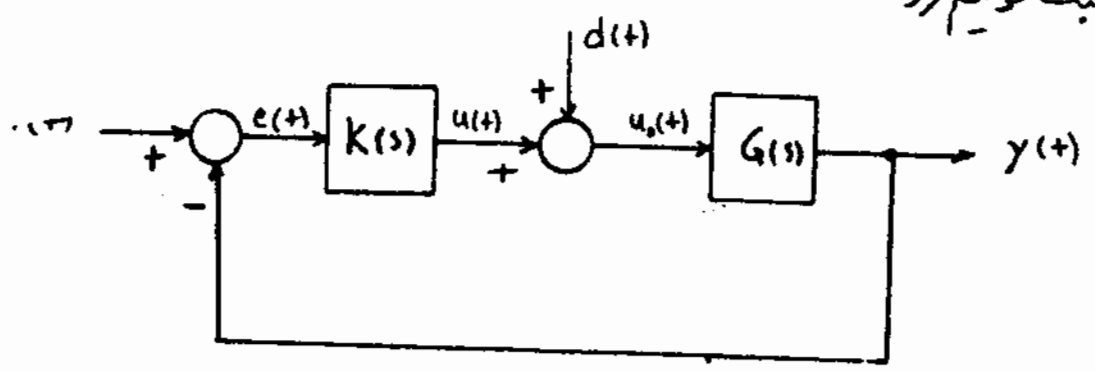
در ابتدا مروری بر مفهوم پایداری (Stability) یک سیستم خواهم داشت. همانطور که در درس‌های قبلی دیده‌اید، طبق تعریف یک سیستم از نظر ورودی-خروجی پایدار است اگر ورودی‌های محدود باعث خروجی‌های محدود شوند. به عبارت دیگر اگر m وجود داشته باشد به عبارتی $|u(t)| \leq M$ که در اینجا M ورودی سیستم می‌باشد، آنگاه باید بتوان کران M را بدست آورد بگونه‌ای که $|y(t)| \leq M$ که در اینجا M خروجی سیستم می‌باشد.

برای سیستم‌های سببی که تابع تبدیل آنها تابعی گویا و ساده از s می‌باشند، پایداری از نظر ورودی-خروجی معادل است با اینکه تمامی ریشه‌های چند جمله‌ای مخرج تابع تبدیل در سمت چپ محور s قرار داشته باشند.

۱- Bounded Input - Bounded Output Stable. در این کتاب فرآهده معنی از پایداری یک سیستم منظور پایداری از نظر ورودی-خروجی خواهد بود.

ایجاداری برای یک سیستم ساده با ورودی $u(t)$ و خروجی $y(t)$ است. در ادامه دربارهٔ ایجاداری سیستم مرکبی که در صورت خواهم کرد.

ع
ع
ع



شکل (۲-۳) - یک سیستم کنترلی با پس‌خور واحد

طبق تعریف سیستم ترکیب شکل (۲-۳) از نظر ورودی-خروجی پایدار است اگر سیستم ساده از ورودی مستقل (یا فرضی مفروضه ورودی دیگر) به هر خروجی قابل تعریف در سیستم حلقه بسته از هر ورودی خروجی پایدار باشد. توجه کنید که به نظر مثال سیگنالهای $e(t)$ و $u_1(t)$ علاوه بر خروجی واقعی $y(t)$ ، خروجی‌های قابل تعریف در سیستم حلقه بسته می‌باشند. تعریف پایداری که اینجا ذکر شده کاملاً دقیق بوده و با توجهی که عمده در کتابهای دوره کارشناسی کنترل می‌گذرد متفاوت است. در اینگونه کتابها عمده برای پایداری سیستم حلقه بسته ذکر می‌کنند که ساده از $u(t)$ به $y(t)$ باید از نظر ورودی-خروجی پایدار باشد و همانطور که خواهم در تعریف دقیق و صحیح می‌باشد [۱۳].

بنابراین شکل (۲-۴) واضح است که رابطه بین هر ورودی و هر خروجی قابل تعریف در سیستم ترکیب شده و این رابطه را می‌توان به شکل زیر بیان نمود:

$$G_{y,u}(s) \cong \frac{k(s) G(s)}{1 + k(s) G(s)} \quad (2-4)$$

$$G_{d,y}(s) \cong \frac{G(s)}{1 + k(s) G(s)}$$

بنابراین اینده سیستم ترکیب شکل (۲-۴) پایدار است اگر سیستم مرکب $(k(s), G(s))$

$$G_{n(s)} \triangleq \frac{K(s)}{1 + K(s)G(s)} \quad (2-5)$$

$$G_r(s) \triangleq \frac{1}{1 + K(s)G(s)} \quad (2-6)$$

پس لینز مرکب شکل (۲-۳) پایدار است. اگر فقط از هر دو تابع تبدیل (۲-۲) تا (۲-۶) پایدار
 باشند خواهیم داد که پایداری (۲-۳) و (۲-۶) پایدار معادل بوده و همینطور برای تعیین
 پلیتم مرکب کافی است که پایداری دو تابع تبدیل (۲-۴) و (۲-۵) را مورد بررسی قرار دهیم. علاوه بر
 کنترل کننده از فرادردی - فرقی پایدار می ماند (تطبیقی $K(s)$ هگلی است بی مورد نیز
 آنگاه پایداری لینز مرکب شکل (۲-۳) با پایداری تابع تبدیل (۲-۴) معادل است و در
 اینصورت فقط باید به شکل (۲-۳) پایداری یک تابع تبدیل خواهیم داشت [۱۳].

برای مایش حقیق در سنده در باره پایداری نتیجه گیری های کلی تر، در ادامه از
 مدلم که همان سنده $K(s)$ و لینز $G(s)$ در شکل (۲-۳) را بتوان صورت زیر نوشت

$$K(s) = \frac{n(s)}{d(s)} = \frac{\bar{n}(s) \alpha(s)}{\bar{d}(s) \beta(s)} \quad (2-7)$$

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{\bar{b}(s) \beta(s)}{\bar{a}(s) \alpha(s)} \quad (2-8)$$

در اینجا $n(s)$ و $d(s)$ چند جمله ای های صورت و مخرج $K(s)$ بوده و طبق ترتیب
 ریشه متممی ندارند و همینطور $b(s)$ و $a(s)$ چند جمله ای های صورت و مخرج $G(s)$
 می باشد و این دو نیز طبق ترتیب ریشه متممی ندارند. چند جمله ای $a(s)$ نیز بزرگترین
 مقوم علیه مشترک $n(s)$ و $a(s)$ می باشد و $\beta(s)$ نیز بزرگترین مقوم علیه مشترک
 $d(s)$ و $b(s)$ است. $\bar{n}(s) \triangleq n(s)/\alpha(s)$ و $\bar{d}(s) \triangleq d(s)/\beta(s)$ و $\bar{b}(s) \triangleq b(s)/\beta(s)$ و
 $\bar{a}(s) \triangleq a(s)/\alpha(s)$ علاوه بر این خواهیم که توابع $K(s)$ و $G(s)$ هر دو سنده بوده و همینطور
 چند جمله ای $p(s)$ را صورت زیر تعریف می کنیم:

$$p(s) \triangleq \bar{d}(s) \bar{a}(s) + \bar{n}(s) \bar{b}(s) \quad (2-9)$$

مال با جایگزینی (۲-۷) و (۲-۸) در (۲-۹) خواهیم داشت

$$G_{ry}(s) = \frac{K(s) G(s)}{1 + K(s) G(s)} = \frac{\bar{n}(s) b(s)}{(\bar{d}(s) \bar{a}(s) + \bar{n}(s) \bar{b}(s))} = \frac{\bar{n}}{1}$$

$$G_{dy}(s) = \frac{G(s)}{1 + K(s) G(s)} = \frac{\bar{d}(s) \bar{b}(s) \beta(s)}{(\bar{d}(s) \bar{a}(s) + \bar{n}(s) \bar{b}(s)) \alpha(s)} = \frac{d(s) b(s) \beta(s)}{p(s) \alpha(s)}$$

$$G_{ru}(s) = \frac{K(s)}{1 + K(s) G(s)} = \frac{\bar{n}(s) \bar{a}(s) \alpha(s)}{(\bar{d}(s) \bar{a}(s) + \bar{n}(s) \bar{b}(s)) \beta(s)} = \frac{\bar{n}(s) \bar{a}(s) \alpha(s)}{p(s) \beta(s)}$$

$$G_{re}(s) = \frac{1}{1 + K(s) G(s)} = \frac{\bar{d}(s) \bar{a}(s)}{(\bar{d}(s) \bar{a}(s) + \bar{n}(s) \bar{b}(s))} = \frac{\bar{d}(s) \bar{a}(s)}{p(s)}$$

توجه به روابط (۲۷) و (۲۸) و همچنین $\alpha(s)$ و $\beta(s)$ می دانیم که $\bar{n}(s)$ و $\bar{a}(s)$ ریشه مشترک ندارند و همچنین $\bar{d}(s)$ و $\bar{b}(s)$ ریشه مشترکی نخواهند داشت. پس صورت و مخرج (۲-۱۱) باینده ریشه مشترکی ندارند. همچنین صورت و مخرج (۲-۱۳) نیز باینده ریشه مشترکی ندارند. پس باینده (۲-۱۳) باینده نیز مفادند.

بنابراین می توان مشاهده کرد که $\beta(s) \bar{b}(s) \bar{d}(s)$ ریشه مشترکی با $\alpha(s)$ نداشته و $\alpha(s) \bar{a}(s) \bar{n}(s)$ نیز ریشه مشترکی با $\beta(s)$ ندارد. پس در صورت باینده (۲-۱۱)

توجه گرفت که تمامی ریشه های $\alpha(s)$ مستقیم و غیر مستقیم می باشند و اگر تمامی ریشه های $\beta(s)$ مستقیم می باشند و در صورت (۲-۱۱) باینده می باشد. همچنین در

باینده (۲-۱۲) می توان نتیجه گرفت که تمامی ریشه های $\beta(s)$ مستقیم و غیر مستقیم می باشند. همچنین در صورت (۲-۱۳) باینده می باشد. همچنین در صورت (۲-۱۳) باینده می باشد.

بنابراین $\bar{d}(s) \bar{a}(s)$ ریشه مشترکی با $\beta(s)$ ندارد ولی $\beta(s)$ می باشد. همچنین $\bar{n}(s) \bar{a}(s)$ ریشه مشترکی با $\alpha(s)$ ندارد ولی $\alpha(s)$ می باشد.

بنابراین $\beta(s)$ مستقیم و غیر مستقیم می باشد. همچنین در صورت (۲-۱۳) باینده می باشد. همچنین در صورت (۲-۱۳) باینده می باشد.

بنابراین $\alpha(s)$ و $\beta(s)$ مستقیم و غیر مستقیم می باشند. همچنین در صورت (۲-۱۳) باینده می باشد. همچنین در صورت (۲-۱۳) باینده می باشد.

بنابراین $G_1(s)$ و $G_2(s)$ (۲-۱۱) و (۲-۱۲) باینده می باشد. همچنین در صورت (۲-۱۳) باینده می باشد.

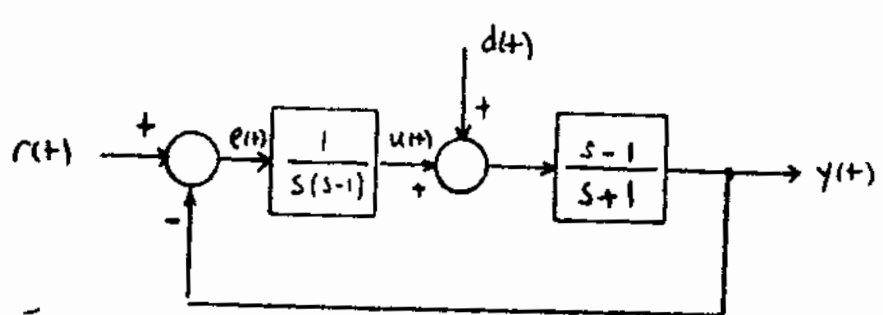
۱۰
 اگر کنترل کنده $K(s)$ پایدار باشد، آنگاه بازآورد به (۲-۷) واضح است که
 ریشه های $B(s)$ همگی سمت چپ محور سن خواهند بود. پس اگر $G(s)$ تابع تبدیل
 (۲-۱۱) پایدار باشد، آنگاه واضح است که ریشه های $A(s)$ همگی سمت چپ محور سن
 خواهند بود. علاوه بر ریشه متناهی صورت و مخرج (۲-۱۱) فقط می توان بین $B(s)$ و $A(s)$ ممانعت
 رد مورتی که ریشه های $B(s)$ همگی سمت چپ محور سن باشد، آنگاه طبیعتاً ریشه های
 ممانعت $B(s)$ و $A(s)$ نیز همگی سمت چپ محور سن خواهند بود. پس از روی پایداری
 (۲-۱۱) و با فرض سمت چپ بودن ریشه های $B(s)$ می توان نتیجه گرفت که ریشه های $A(s)$ همگی
 سمت چپ بوده و در نتیجه می توان پایداری (۲-۱۰)، (۲-۱۱) و (۲-۱۲) را نتیجه گرفت. پس
 با فرض پایداری $K(s)$ ، پایداری سیستم رکت شکل (۲-۳) با پایداری $G(s)$ (۲-۱۱) معادل می باشد.

(۲-۱۴)
 معادله
 پایداری
 در
 (۲-۲)
 ریشه

۲-۲
 معادله
 حوا
 روی
 تابع
 (۲-۱۲)

معادل می باشد.
 منظور می توان نشان داد که با فرض پایداری $G(s)$ ، سیستم حلقه بسته شکل (۲-۳)
 پایدار است، اگر فقط از $G(s)$ (تابع تبدیل) (۲-۱۲) پایدار باشد. پس در این حالت نیز
 فقط کافی است که پایداری یک تابع تبدیل را مورد بررسی قرار دهیم.
 نکته مهم دیگر این است که اگر حذف ناپایداری بین $K(s)$ و $G(s)$ اتفاق نیفتد و یا به
 عبارت دیگر اگر ریشه های $A(s)$ و $B(s)$ همگی سمت چپ محور سن باشد، آنگاه پایداری
 (۲-۱۰)، (۲-۱۱) و (۲-۱۲) همگی با یکدیگر معادل است. پس برای تشخیص پایداری
 سیستم حلقه بسته شکل (۲-۳) با فرض عدم وجود حذف ناپایداری، می توان پایداری هر یک از توابع
 تبدیل (۲-۱۰) تا (۲-۱۲) را مورد بررسی قرار داد. در ادامه در یک مثال می پردازیم.

مثال ۲-۱: درباره پایداری سیستم حلقه بسته زیر اظهار نظر کنید



شکل (۲-۴) - ناپایداری بخاطر حذف صورت قطب در سمت راست محور سن

مغزى واضح است که داریم :

$$G_p(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

$$G(s) = \frac{s(s-1)}{s^2 + s + 1}$$

(۲-۱۴)

$$G_{ru}(s) = \frac{s+1}{(s-1)(s^2 + s + 1)}$$

$$G_{re}(s) = \frac{s(s+1)}{s^2 + s + 1}$$

علاوه چون تابع تبدیل $G_{ru}(s)$ از نوآوردی خردی بایدارنی باشد، پس سیستم طبقه سبب هرزگشت بایدار نیست! توجه کنید که در اینجا هر ۲ تابع تبدیل G_p ، G_d و G_{re} بایدارى باشند •
در انتهای این قسمت در این نکته ضروری است که بایدارى سیستم‌های شکل (۲-۳) و شکل (۲-۲) با یکدیگر معادون است چون در سیستم شکل (۲-۲) نیز تابع تبدیل بین هر ورودی و هر خروجی مشابه یکدیگر از چهار تابع تبدیل (۲-۳) تا (۲-۶) قابل بیان می‌باشد.

۲- حذف صف و قطب سیستم و کنترل کننده

در قسمت قبل مشاهده کردیم که در هنگام بررسی بایدارى سیستم طبقه سبب باید به خردی صورت گرفته بین صف و قطب‌های سیستم و کنترل کننده توجه خاصی مبذول داریم. در این قسمت نشان خواهیم داد که قتی حذف صف و قطب‌های بایدار نیز باید به وقت انجام شود چون بر روی کارایی سیستم تأثیر می‌گذارد.

سیستم شکل (۲-۳) را در نظر بگیرید. همانطور که در قسمت (۲-۳) توضیح داده شد، تابع تبدیل بین ورودی مناس (۲-۴) و خردی کنترل کننده $(u+1)$ بصورت رابطه (۲-۲۲) (تابع $G_{ru}(s)$) می‌باشد. پس صف‌های سیستم که بوسیله قطب‌های کنترل کننده حذف شده اند (ریشه‌های $\beta(s)$) بصورت قطب‌های تابع تبدیل $G_{ru}(s)$ ظاهر خواهند شد.

مثلاً اگر بعضی از این صف‌های حذف شده سیستم در نزدیکی محور حلقه (و البته مستحسب) قرار داشته باشند، آنگاه مدت زایل زیادی طول خواهد کشید تا اثر تغییرات u بر روی y از بین برود. توجه کنید که تابع $(u+1)$ ، تابع تبدیل مهمی است چون نمایانده حلقه تغییرات ورودی دست‌در داده شده به سیستم برای هر ورودی مناس (u) می‌باشد و در مراحل مختلف طراحی باید رفتار $(u+1)$ را صد در صدی قرار دهیم.

دینال کردن دستور و ازین بردن امتعاش

در این فصل دربارهٔ چگونگی دینال کردن دستور (Command Following) $(r(s))$ و ازین بردن یا کاهش اثر امتعاش (Disturbance Rejection) بر اساس عمل عملیاتی سیستم و کنترل کننده و پاسخ فرکانسی آنها به تفصیل بحث خواهیم کرد. سپس دربارهٔ مفهومی خاصیت کارایی سیستم به تغییرات پارامترهای آن و ازین فرور در کاهش این خاصیت صحبت می‌کنیم. در انتها نیز چگونگی مقلوب کردن یک سیستم و کاهش اثر امتهای غیر فنی در حلقهٔ کنترلی را با استفاده از این فرور به طور گذرا مورد بررسی قرار خواهیم داد.

۳-۱ - دینال کردن ورودی مسا و ازین بردن اثر امتعاش - محل عملیاتی

مانند آنچه در فصل ۲ مشاهده کردید، هدف بسیاری از سیستم‌های کنترلی، دینال کردن یک ورودی مسا $(d(s))$ و کاهش اثر امتعاش ورودی $(d(s))$ و امتعاش خروجی $(y(s))$ بر روی خروجی سیستم یعنی $(y(s))$ می‌باشد. (برای دیالوگ بلوکی سیستم حلقه بسته مورد بحث می‌توانید به شکل (۲-۲) مراجعه کنید). در این قسمت دربارهٔ چگونگی انجام این عمل بر اساس محل عملیاتی $K(s)$ صحبت خواهیم کرد.

حال سیستم حلقه بسته شکل (۲-۲) را در نظر گرفته و فرض کنید که این سیستم حلقه بسته پایدار باشد. فرض کنید که تبدیل لاپلاس ورودی مسا $(r(s))$ یک تابع گویای الیفاً سره به صورت

$$R(s) = \frac{n_r(s)}{d_r(s)}$$

از ریشه‌های $d_r(s)$ در سمت چپ محور مسا نباشند (به صقیقت این فرض به این معنی است که از مودهای $(r(s))$ نارمان به سمت صفر میل می‌کنند) آنگاه به سادگی در ادامه نشان داد که خروجی سیستم $(y(s))$ ورودی مسا $(r(s))$ را بدون خطای ماندگار

دنبال خواهد کرد (و یا به عبارت دیگر سئوال خطای $e(t)$ بازمانده است صفر میل خواهد کرد) از
وقتها از قطبهای تابع تبدیل $K(s)G(s)$ ، قطبهای $R(s)$ (یعنی ریشه های چند جمله ای $d_p(s)$)
را شامل باشد.

ترجیح اینکه از سئوال مبنایا زمان به سمت صفر میل کند و از سیستم پدیدار باشد ، آنگاه فرقی و
ورود مبنای در حالت ماندگار هر دو همزاده و خطایی وجود نخواهد داشت و هدف اصلی ما از
نتیجه بالا این است که به ما نشان می دهد تحت چه شرایطی سئوالهایی که بازمانده است صفر میل
می کند (مانند پله ، سیب ، سینوس ، ... یا ترکیبی از اینها) را می توان بدون خطای ماندگار دنبال
کرد . بطور مثال با استفاده از نتیجه ذکر شده واضح است که برای دنبال کردن ورودی مبنای پله
اصتلاح برداشتن آنلا یک اشتغال گیر در درون $K(s)G(s)$ می باشد ($K(s)G(s)$ باید آنلا از نوع
اول (Type I) باشد) .

برای مابقی نتیجه ذکر شده فرض کنید $K(s)G(s)$ رابطه صورت کسره درجه بندی $n(s)$ و $d(s)$

$$K(s)G(s) = \frac{n(s)}{d(s)} \quad (3-2)$$

که در اینجا $n(s)$ و $d(s)$ ریشه مشترکی ندارند . بعلاده فرض می کنیم که درجه $n(s)$ کوچکتر از
درجه $d(s)$ است . تابع تبدیل از ورودی مبنای $r(t)$ به خطای $e(t)$ در شکل
(3-2) بصورت زیر است :

$$G_{re}(s) = \frac{1}{1 + K(s)G(s)} \quad (3-3)$$

$$G_{re}(s) = \frac{d(s)}{n(s) + d(s)} \quad (3-4)$$

توجه کنید چون $n(s)$ و $d(s)$ ریشه مشترکی ندارند پس $d(s)$ و $n(s) + d(s)$ نیز ریشه مشترکی
نخواهند داشت . با ضرب $G_{re}(s)$ در AU ، تبدیل لاپلاس سئوال خطا بدست خواهد آمد :

$$E(s) = \frac{d(s)}{n(s) + d(s)} \frac{n_r(s)}{d_r(s)} \quad (3-5)$$

در ادامه رفتار سئوال $e(t)$ را مورد بررسی قرار می دهیم .
در ابتدا فرض کنید که قطبهای $K(s)G(s)$ ، قطبهای $R(s)$ را شکل باشد . به عبارت دیگر $d_p(s)$
وجود داشته باشد بطوریکه $d(s) = \alpha(s)d_p(s)$. با جایگزینی در (3-5) داریم :
در اینجا برای سادگی در این رابطه $\alpha(s)$ را در نظر می گیریم .

$$E(s) = \frac{\alpha(s) d_p(s)}{n(s) + d(s)} \cdot \frac{n_r(s)}{d_r(s)} = \frac{\alpha(s)}{n(s)}$$

معمولاً $G_p(s)$ نیز از نظر ورودی - خروجی پایدار بوده و ریشه‌های $n(s) + d(s)$

همگی در سمت چپ محور s قرار دارند با استفاده از تئوری مقدار نهایی داریم:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \alpha(s) n_r(s)}{n(s) + d(s)} = 0 \quad (3-7)$$

و در نتیجه خطا نامان به سمت صفر میل خواهد کرد.

بنابراین ریشه‌های $d_p(s)$ همگی بر روی محور s یا سمت راست آن قرار دارند، پس $d_p(s)$ مرتبه‌ای با $n(s) + d(s)$ نداشته و در نتیجه با استفاده از پهنی جزئی، رابطه (3-5) را می‌توان به صورت زیر نوشت (توجه کنید که $\beta(s)$ و $\gamma(s)$ دو چندجمله‌ای می‌باشند):

$$E(s) = \frac{d(s) n_r(s)}{(n(s) + d(s)) d_r(s)} = \frac{\beta(s)}{n(s) + d(s)} + \frac{\gamma(s)}{d_r(s)} \quad (3-8)$$

حال اگر $e(t)$ بتواند نامان به سمت صفر میل کند، $\gamma(s)$ باید صفر باشد چون ریشه‌های $d_r(s)$ همگی بر روی محور s یا سمت راست آن قرار دارند، پس داریم:

$$\frac{d(s) n_r(s)}{(n(s) + d(s)) d_r(s)} = \frac{\beta(s)}{n(s) + d(s)} \quad (3-9)$$

و چون $n_r(s)$ و $d_r(s)$ ریشه‌های مشترکی ندارند، برای برقرار شدن رابطه (3-9) باید $d_r(s)$ در $d(s)$ بخش پذیر باشد. پس با فرض پایداری سیستم حلقه بسته، $e(t)$ بازمان به سمت صفر میل خواهد کرد، اگر فقط

از قطب‌های $K(s)G(s)$ قطب‌های $R(s)$ که بر روی محور s یا سمت راست آن قرار دارند را شامل باشد [3].

در ادامه درباره قطب‌های از بین بردن اثر افتشش بر روی خروجی بحث خواهیم کرد. حال دوباره سیستم حلقه بسته شکل (3-3) را در نظر گرفته و فرض کنید که این سیستم حلقه بسته پایدار باشد. همیشه فرض کنید که تبدیل لاپلاس $d(s)$ یک تابع گویای آلیدا مرتبه n به صورت زیر باشد:

$$D(s) = \frac{n_d(s)}{d_d(s)} \quad (3-10)$$

همچنین از ریشه‌های $d_d(s)$ در سمت چپ محور s نباشند (مانند قبل هیچکدام از ورودی‌ها d_d بازمان به سمت صفر نمی‌روند) آنگاه می‌توان با ادبی مشاهده کرد که از قطب‌های $K(s)$ ، $D(s)$ را شامل باشد، آنگاه اثر $d_d(s)$ بر روی خروجی $y(t)$ بازمان به سمت صفر میل خواهد نمود. بنابراین از اثر $d_d(s)$ بر روی خروجی $y(t)$ بازمان به سمت صفر میل کند.

این نتیجه را Internal Model Principle گفته می‌شود. یعنی برای دنبال کردن ورودی‌ها، باید در درون $K(s)G(s)$ وجود داشته باشد.

و سیستم $G(s)$ صفوی ورودی محور s یا سمت راست آن مدالته باشد، آنگاه قطبهای $K(s)$ حتماً قطبهای $D(s)$ را شامل خواهد بود. پس با قرار دادن یک استرال لیر در درون $K(s)$ نظارت می توان از امتتاس بله را بر روی خودی سیستم ازمین برد.

نکته مهمی را که باید در اینجا در نظر گرفت و عمده دانشجویان را با مشکل روبروی کند، این است که اگر امتتاس $d(s)$ را می دانیم پس چگونه می توان گفت که تبدیل لایلاس آن فرم $(s-10)$ را دارد؟ توجه کنید که داشتنی قطبهای تبدیل لایلاس به این معنی می باشد

که $d(s)$ کاملاً منفی می باشد. نظارتش تمام ورودی های بله (با اندازۀ دلخواه) دارای تبدیل لایلاسی صورت A/s می باشد، پس قطبهای تمامی این سیستمها در $s=0$ قرار دارد و با قرار دادن استرال لیر در $K(s)$ می توان از تمامی این امتتاسها را ازمین برد.

همینطور با قرار دادن در قطب $s=+2$ در $K(s)$ می توان از تمام سیستمهای سیستمی (رگاسیو) با هر اندازه را بر روی خودی ازمین برد. علاوه تمامی سیستمهایی که آرام یقینی کنند را می توان با بله تقویب زد و اگر سیستم تعداد از امتتاسات بله را بر روی خودی ازمین ببرد آنگاه خواهد توانست که از تمام سیستمهایی که آرام نیز یقینی کنند را بر روی خودی ازمین ببرد.

امتتاسی که در شکل (۲-۳) آمده است، متناز با امتتاس ورودی در شکل (۲-۲) می باشد با توجه به مطالب ذکر شده واضح است که از خواهم امتتاس خودی $d(s)$

شکل (۲-۳۱) را بر روی خودی ازمین بریم، آنگاه گمانی است که قطبهای حاصل ضرب $K(s)G(s)$ قطبهای (ناپایدار) تبدیل لایلاس $d(s)$ را شامل باشد. در ادامه به ذکر یک مثال در باره حلدنن استفاده از نتایج این قسمت خواهیم پرداخت.

مثال ۳-۱: سیستم کنترلی حلقه بسته شکل (۲-۳۲) را در نظر بگیرید و فرمی کنید که

$$G(s) = \frac{1}{s+2} \quad (۲-۱۱)$$

صراحت کننده $K(s)$ را به گونه ای طراحی کنید تا پاسخ سیستم نه در روی بله خطای ماندگار نداشته باشد و ماکزیم جسی بر روی بله $s=2$ باشد. همینطور از امتتاسی که صورت بله می باشد نیز در حالت ماندگار بر روی خودی ازمین برود.

مزی ای که بتوان بر روی بله را بدون خطا دنبال نمود، $K(s)G(s)$ باید اقلای یک قطب در $s=0$ داشته باشد. پس ساده ترین فرم ممکن برای صراحت کننده $K(s) = k/s$ می باشد.

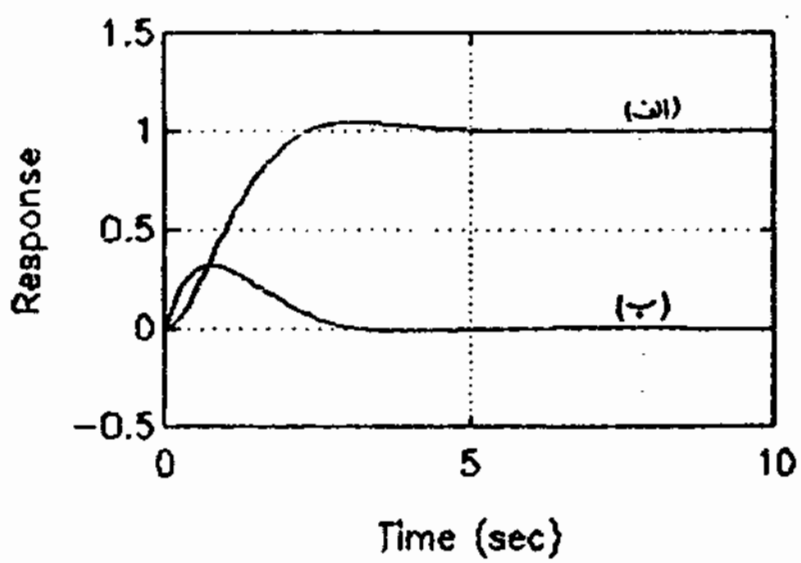
سخت‌نما انتخاب $K(s)$ به صورت یک کنترل‌گیر، از امتحان‌های که صورت می‌گیرد با سه ورودی فریبی این‌ها خواهد رفت. پس گامی است تا بهره K را اندر ای انتخاب کنیم تا ما را کم بیش 5% شود. معادله منصفه سیستم حلقه بسته به صورت

$$s^2 + 2s + K \quad (3-12)$$

برماند. برای اینکه ما را کم بیش 5% شود، باید $\zeta = 0.4$ شود پس گامی است $K=2$ انتخاب شود و با این انتخاب جبران کننده $K(s)$ به صورت زیر خواهد بود

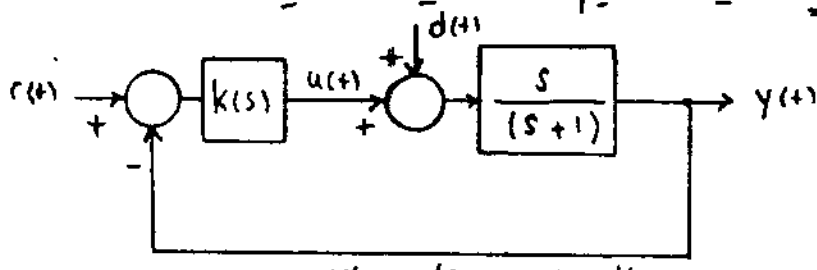
$$K(s) = \frac{2}{s} \quad (3-13)$$

با این سیستم حلقه بسته به ورودی منافی یک واحد و ورودی امتحان‌های بدو واحد در شکل (3-11) رسم شده است. ما توجه به معادله منصفه واضح است که زمان نشست $(t_s \approx 4)$ ثانیه بوده و این امر بخوبی از روی پاسخ رسم شده مشخص است. البته ما استفاده از اصل جمع آنها، در صورت وجود امتحان‌های ورودی منافی به صورت همزمان باید در بهترین با ترکیب پاسخ‌های شکل (3-11)، فریبی $y(t)$ سیستم حلقه بسته را بدست آورد. همچنین توجه کنید که از حلقه بسته خورد را باز کرده و سیستم را به صورت حلقه باز کنترل می‌کنیم. آنگاه به هیچ وجه در آن از امتحان‌های $d(t)$ را ورودی فریبی $y(t)$ گاهی داد. البته در اینجا فریب می‌کنیم که فقط فریبی از ورودی بین $u(t)$ تحت کنترل ما برده و امتحان‌های نیز قابل اندازه‌گیری می‌باشد



شکل (3-11) - الف) $y(t)$ برای $r(t)$ بدو واحد
ب) $y(t)$ برای $d(t)$ بدو واحد

مثال ۳-۲: در این مثال سیستم حلقه بسته زیر را در نظر بگیرید.



شکل (۳-۲). شکل مثال (۳-۲)

می خواهیم جریان کسره $K(s)$ را بدنه ای پیدا کنیم تا خروجی سیستم ورودی میلی به را بدون خطای ماندگار دنبال کند. در اولین نگاه ممکن است جریان کسره $K(s) = \frac{1}{s^2}$ برای این هدف مناسب برسد چون ما این انتخاب $G(s)K(s)$ یک قطب در $s=0$ داشته و شرایط قضیه ای که قبلاً ذکر کرده ایم برای دنبال کردن ورودی به واحد برقرار بوده و $G_p(s)$ نیز پایدار می باشد.

از آنجایی که دقیقتر به این مطلب بنگریم متوجه خواهیم شد که سیستم حلقه بسته ما به آن کسره پیشنهادی پایدار نمی باشد چون ما این $K(s)$ و $G(s)$ حذف ورودی مکرر نیز یا کمالت آن اتفاق افتاده است! در واقع اگر تابع تبدیل از r به u را در این مثال می دانیم، خواهیم داشت

$$G_u(s) = \frac{s+1}{s(s^2+s+1)} \quad (3-14)$$

که از نظر ورودی - خروجی پایدار نمی باشد! توصیه فیزیکی نتایج بدست آمده بسیار ساده است. تابع تبدیل سیستم $G(s)$ در این مثال نمایانگر یک مشتق بگیر بوده که خروجی آن از یک فیلتر پائین گذر رد شده است. پس اگر بخواهیم خروجی این سیستم مقدار ثابتی را همواره حفظ کند، ورودی آن باید با شیب ثابت افزایش پیدا کند و در نتیجه $u(t)$ تا زمان زیاد شده و مقدار محدودی نخواهد داشت. این نیز علت ناپایداری سیستم حلقه بسته است.

با توجه به مطالب ذکر شده واضح است که در این مثال مخصوص هیچگاه نمی توان $K(s)$ را بدنه ای انتخاب کرد تا خروجی سیستم، مستقل به را بدون خطای ماندگار دنبال کند چون برای قرار دادن اشتغال لیر در درون $G(s)K(s)$ همواره باید صفر سیستم در $s=0$ را با قطب کنترل کسره حذف کنیم و این لبب ناپایداری سیستم حلقه بسته خواهد شد.

در باره جلدی دنبال کردن و ردی مبادی از امتیاز بر اساس
نوع فرکانس صحبت خواهیم کرد. برای این منظور در ابتدا احتیاج به

چند تعریف اولیه داریم.

سیگنال $x(t)$ با تبدیل فوریه $R(\omega)$ را در نظر بگیرید. محدوده فرکانس ω را بر اساس
طیف $R(\omega)$ به صورت زیر تعریف می کنیم

$$(2-15) \quad \omega \in \Omega \quad |R(\omega)| > \epsilon$$

که در اینجا ϵ همایند یک آستانه از قتل مشخص شده است. در حقیقت $\omega \in \Omega$ نمایانگر آن فرکانسها
است که سیگنال $x(t)$ بیشتر انرژی خود را در آن خواهد داشت (هم عمده ϵ را مقدار
کریبی انتخاب می کنیم).

برای بدست آوردن خطای سیگنال در مثال کردن یک ورودی مناسبتی در شکل
(2-2). گامی است که تابع تبدیل از $x(t)$ به $e(t)$ را مورد بررسی قرار دهیم. (در
این مرحله فرض می کنیم که d_1, d_2, \dots, d_n همگی صفر بوده و فقط از $x(t)$ را بررسی می کنیم.)
مانند شکل واضح است

$$(2-16) \quad G_{re}(s) = \frac{1}{1 + K(s)G(s)}$$

حال ما می خواهیم ببینیم که سیگنال ورودی مناسبتی $x(t)$ سینوسی با فرکانس ω سیگنال ایتال کنیم.
آنگاه با استفاده از خطی بودن و رابطه (2-16) می بینیم که $e(t)$ نیز خود یک سیگنال سینوسی با
فرکانس ω بوده و اندازه آن مقدار $|G_{re}(j\omega)|$ تقویت (یا تضعیف) شده و فاز آن
نیز مقدار $\angle G_{re}(j\omega)$ که تغییر پیدا خواهد کرد. با استفاده از این حقیقت واضح
است که برای گامی خطای سیگنال در مثال کردن یک سیگنال سینوسی با فرکانس ω
کافی است که اندازه $|G_{re}(j\omega)|$ را تا حد امکان کوچک کنیم و یا معادلاً اندازه $|1 + K(j\omega)G(j\omega)|$
را تا حد امکان بزرگ انتخاب کنیم و بزرگ بودن اندازه $|1 + K(j\omega)G(j\omega)|$ در مقایسه با عدد واحد با
توجه کردن اندازه $|K(j\omega)G(j\omega)|$ معادل است. حال اگر طبق ترتیب قبلی، محدوده فرکانسی که
در آن بیشتر انرژی خود را دارد با ω همپوشانی داشته باشد، آنگاه برای مثال کردن این سیگنال با خطای کم کافی است

$$|K(j\omega)G(j\omega)| \gg 1, \quad \omega \in \Omega$$

و نتیجه می گیریم:
(2-17)

توجه کنید که برای هر عدد متعلق به \mathbb{C} ماضی ایکه $a \gg 1$ باشد داریم

$$(3-18) \quad |a+1| \leq |a+e| \leq |a-1|$$

و اگر $a \gg 1$ باشد (بدون توجه به فاز آن) خواهیم داشت $|a+1| = |a+e|$ پس بطور مثال
ارزیابی سیگنال $d(t)$ نزد دانشمالتیم

$$(3-19) \quad |\Omega_r| \leq 3 \text{ rad/sec}$$

آنگاه برای ایکه تمام ورودی های سینوسی با فرکانسی کمتر از 3 rad/sec را با فطالی کمتر از 10%
دنبال کنیم، باید دانشمالتیم

$$(3-20) \quad |1 + K(s)G(s)| \gg 10, \quad \omega \in \Omega_r$$

و با استفاده از رابطه (3-18) واضح است که ما انتخاب

$$(3-21) \quad |K(s)G(s)| \gg 11, \quad \omega \in \Omega_r$$

مطلوبه (3-20) (بدون توجه به فاز $K(s)G(s)$) همراه برقرار خواهد بود.

با توجه به مطالب ذکر شده واضح است که برای دنبال کردن یک سیگنال مناسب در محدوده

فرکانسی که این سیگنال بیشتر انرژی خود را دارد باید اندازه $K(s)G(s)$ را بزرگ انتخاب

ماییم. توجه کنید که قرار دادن یک استرالیم در درون $K(s)G(s)$ باعث شده که

اندازه $K(s)G(s)$ در فرکانسهای پایین بزرگ شده و در نتیجه لیمیت بتواند ورودی های

فرکانس پایین را با فطالی کم (و ورودی های ثابت را با فطالی صفر) دنبال کند و در

نتیجه رابطه (3-17) با مطالب قسمت (3-1) کاملاً مشهود می باشد.

حال اگر از امتتاشس خودی $d_e(t)$ را ورودی $y(t)$ در شکل (2-2) بررسی کنیم،

واضح است که تابع تبدیل از d_e به y همان تابع تبدیل (3-16) می باشد. پس برای

کامتشی از امتتاشس خودی d_e ورودی خودی $y(t)$ کامتشی است دانشمالتیم.

$$(3-22) \quad |K(s)G(s)| \gg 1, \quad \omega \in \Omega_{d_e}$$

پس دانشمالتی $K(s)G(s)$ بزرگ هم در ازین بردن از امتتاشس خودی و هم در دنبال کردن

ورودی مناسباً مؤثری باشد.

1- توجه کنید که بزرگ بودن اندازه $K(s)G(s)$ باعث خواهد شد که تابع تبدیل از d_e به y تقریباً بود و فله گردد. پس بدون توجه به فاز

قبل از ادامه بحث، در خنید تعریف فرایم برداشت. همانطور که ماکنون مشاهده کرده ایم، توانایی
 بلند $K(s)G(s)$ و $K(s)G(s) + 1$ مکرراً در مسائل کنترل ظاهر می‌شوند. این دلیل به این توابع
 نامهای خصوصی داده اند. به $K(s)G(s)$ (یا $G(s)$) عمده بهره حلقه (loop gain) گفته می‌شود.
 چون آن در شکل (۲-۲) حلقه را در نقطه $c(+)$ باز کرده و یک سیگنال
 سینوسی در این نقطه اعمال می‌نماید (ما فرض می‌کنیم) مقدار بازگشت در این نقطه مقدار فاز و اندازه
 $K(s)G(s)$ - تغییر فاز و اندازه خواهد داد. (عمده) را نادیده گرفته و به $K(s)G(s)$
 بهره حلقه می‌گویند. به $K(s)G(s) + 1$ (یا $G(s) + 1$) عمده تفاوت برگشت
 (Return difference) گفته می‌شود چون تفاوت سیگنال اعمال شده در $e(t)$ سیگنال
 بازگشتی در این نقطه (سپ از گزشتن از K و G) به اندازه و فاز $K(s)G(s) + 1$ بستگی دارد.
 استفاده از این تعریف واضح است که داشتن بهره حلقه بزرگ باعث کاهش از اغتشاش خروجی
 و دنبال کردن ورودی می‌شود.

در ادامه درباره حلقه‌های گاهش تأثیر اغتشاش ورودی $d_i(+)$ در شکل (۲-۲) صحبت
 فرمایم کرد. واضح است که تعلق تبدیل از d_i به y برابر است با

$$G_{d_i, y}(s) = \frac{G(s)}{1 + K(s)G(s)} \quad (2-23)$$

سپهرای اینکه از اغتشاش ورودی بر روی خروجی گاهش پیدا کند، در فرکانسهایی که $d_i(+)$
 بیشتر از روی خود را دارد (بهره) باید داشته باشیم:

$$\left| \frac{G(s)}{1 + K(s)G(s)} \right| \ll 1, \quad \omega \in \Omega_d$$

از اندازه $K(s)G(s)$ خیلی بزرگ باشد، داریم

$$\left| \frac{G(s)}{1 + K(s)G(s)} \right| \approx \frac{|G(s)|}{|K(s)G(s)|} = \frac{1}{|K(s)|} \quad (2-24)$$

اینجا نیز بزرگ بودن $K(s)G(s)$ در فرکانس ω باعث کاهش اغتشاش خروجی می‌شود.

(۳-۲۴) گامی است دانسته باسیم

$$\begin{aligned} |K(j\omega)G(j\omega)| &\gg 1 \\ |K(j\omega)| &\gg 1 \end{aligned} \quad \omega \in \Omega_n \quad (3-24)$$

نتیجه برای ارسین کردن از امتساح‌س‌های ورودی کافی است که بهره حلقه را بزرگ کنیم و این بزرگ بودن بهره حلقه باید بجا برود $|K(j\omega)|$ باشد. بهر حال با قرار دادن انتهای گیرنده درون (K_n) اندازه $K(j\omega)$ را بزرگ کرده و در نتیجه از امتساح‌س‌های فرکانس پایین را ورودی خودی کاهش خواهیم داد.

برای گامش از نویز ورودی خودی با استفاده از شکل (۳-۲۴) واضح است که اندازه

$$G_{ny}(j\omega) = \frac{K(j\omega)G(j\omega)}{1 + K(j\omega)G(j\omega)} \quad (3-27)$$

در فرکانس‌هایی که $n(+)$ بیشتر از زی خود را دارد باید کوچک باشد. حال اگر

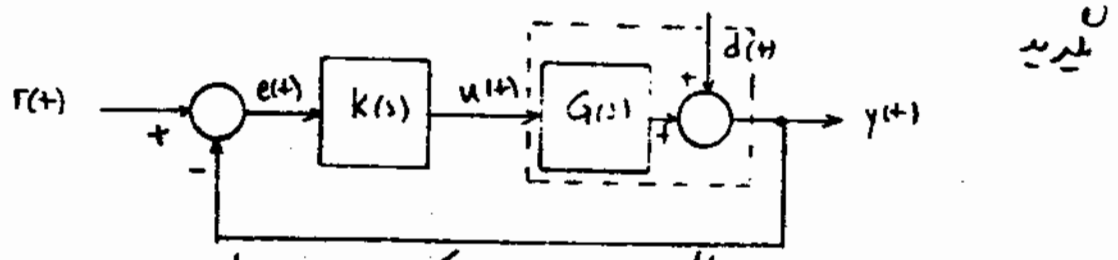
$$|K(j\omega)G(j\omega)| \ll 1, \quad \omega \in \Omega_n \quad (3-28)$$

آنگاه اندازه $G_{ny}(j\omega)$ تقریباً همان اندازه $K(j\omega)G(j\omega)$ یعنی مقاری کوچک خواهد بود. نکته جالب این است که در این بزرگ بودن از نویز ورودی خودی بهره حلقه باید کوچک باشد! حال با مقایسه روابط (۳-۱۷) و (۳-۲۸) واضح است که اگر Ω_n و Ω_n اشتباهی داشته باشند، آنگاه می‌توان تصور همین ورودی مینا را دنبال نمود و از نویز را بر روی خودی گامش داد و یا به عبارت دیگر برای برقرار بودن (۳-۱۷) و (۳-۲۸) $n(+)$ و $n(-)$ باید بیشتر از زی خود را در فرکانس‌های متفاوتی داشته باشند! خوشبختانه ورودی مینا و امتساح‌س ورودی و خودی عمده بیشتر از زی خود را در فرکانس‌های پایین دارند و نیز اندازه گیر عمده بیشتر از زی خود را در فرکانس‌های بالا دارند و در نتیجه عمده می‌توان شرایط (۳-۱۷) و (۳-۲۴) و (۳-۲۸) را هم‌راست هم‌زمان برقرار نمود.

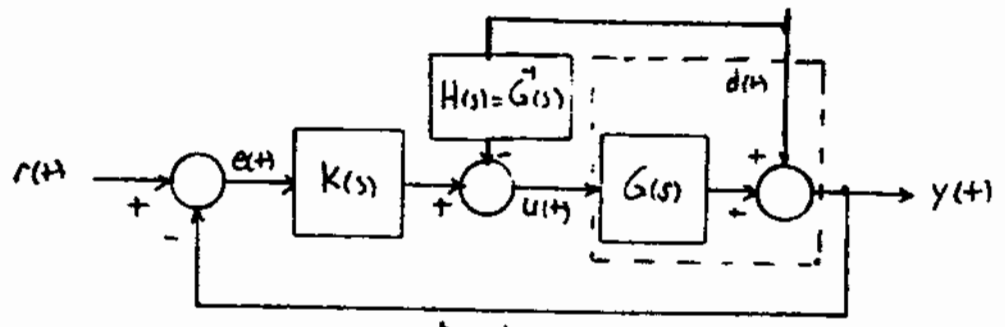
در انتهای این قسمت دوباره ذکر این نکته ضروری است که از امتساح‌س و نیز عمده از نقل مقصی می‌باشند ولی عمده فرکانس‌ها در آنجا بیشتر از زی خود را دارند از نقل مقصی بوده

قسمت می توان کرد تا از آلا در خروجی سیستم کاهش یابد. بطور مثال در آن دریا که رگتی بر خورد می کند از قبل منحنی نباشد ولی برپود وجود موج کم دسین از بل منحنی ماند و اثر به موج بصورت امتکاشش وارد سیستم نگاه کنیم، آنگاه می توان ما استفاده مطالب این قسمت از امتکاشش را کاهش داد.

توجه کرد که اثر امتکاشش قلیل اندازه گیری باشد، آنگاه ما استفاده از پیش فر (Feed Forward) می توان از آنرا ردی خروجی سیستم کاهش داد. بطور مثال سیستم زیر را در نظر



شکل (۳-۳) - سیستم کنترلی با امتکاشش خروجی
آنگاه ما فرض اینکه $d(t)$ قابل اندازه گیری بوده (دریا از قبل منحنی ماند) با دبی می توان با کنترل سیستم بصورت زیر، اثر $d(t)$ را از ردی خروجی از بین برد [۱۲].



شکل (۳-۴) - از بین بردن اثر امتکاشش با استفاده از پیش فر
توجه کنید که در اینجا کاهش الت که $H(s)$ معکوس $G(s)$ فقط در فرکانس هایی که $d(t)$ بیشتر از بی خود را دارد، باشد. البته گویا امتکاشش قلیل اندازه گیری نبوده و برای از بین بردن از آن از پس فر (Feedback) و صورتی که قبلاً توضیح دادیم استفاده کرد.

حالیست سیستم ها کنترلی حلقه باز رطقه بسته
مانند که قبلاً اثر ره کرده ایم. یکی از مهمترین مزایای سیستم های حلقه بسته. قابلیت آنها در کاهش
تغییرات به تغییرات بار است. یعنی می توان کاری کرد که کارایی سیستم با وجود تغییرات
در سیستم همراه حفظ شدن در این از نظر کلی بسیار مهم نباشد، چون در واقعیت ما هیچگاه مدل

سیستم را دقیقاً می‌دانیم و عملاً رابطه‌ی ورودی-خروجی را با یک سیستم خطی تقریب می‌زنیم و نسبت فرکانس سده‌ها
نیاید به تغییرات مول بیش از حد حساس باشد.

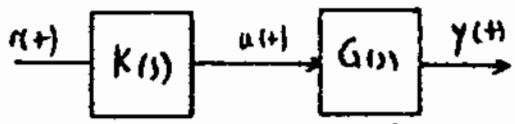
هرگاه هر حالت کسبیت M نسبت به پارامتر K عبارت است از نسبت در صورت تغییرات M
(نسبتی از تغییرات K) به در صد تغییرات K و آنگاه S_K^M می‌توانیم فرایم داد. با استفاده از این تعریف

داریم:

$$S_K^M = \frac{\frac{dM}{M}}{\frac{dK}{K}} = \frac{dM}{dK} \cdot \frac{K}{M}$$

$$= \frac{d(\ln M)}{d(\ln K)} \quad (۳-۲۹)$$

توجه کنید که اگر تغییرات M و K معتدلاً باشد، آنگاه حسیت S_K^M را بر اساس رابطه‌ی مابین
(۳-۲۹) تقریب فرایم کرد. در ادامه حالت یک سیستم حلقه‌ی باز و یک سیستم حلقه‌ی بسته را در تغییرات
مول سیستم روس فرایم کرد.
در ابتدا سیستم حلقه‌ی باز را در نظر بگیریم:



شکل (۳-۵) - سیستم کنترلی حلقه‌ی باز

تابع تبدیل سیستم از u به y را برابر است با

$$G_o(s) = G(s) K(s) \quad (۳-۳۰)$$

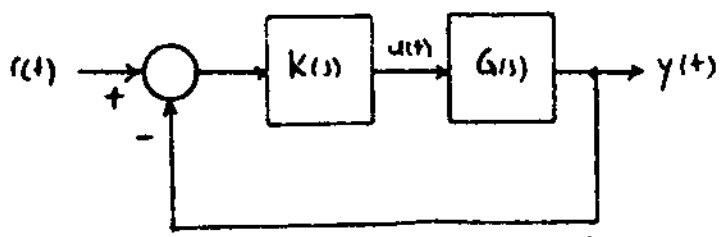
با استفاده از رابطه‌ی (۳-۲۹) داریم

$$S_{G_o}^{G_o} = \frac{d(G_o(s))}{dG(s)} \cdot \frac{G(s)}{G_o(s)}$$

$$= K(s) \cdot \frac{G(s)}{G(s)K(s)} = 1 \quad (۳-۳۱)$$

سیستم حسیت سیستم حلقه‌ی باز به تغییرات $G(s)$ مقدار دود می‌باشد. به عبارت دیگر ۱۰۰٪ تغییرات
در مدل سیستم باعث ۱۰۰٪ تغییرات در تابع تبدیل سیستم و در نتیجه تغییر خروجی سیستم خواهد شد.

سیستم حلقه بسته را در صورتی که کسب



شکل (۳-۲) - سیستم حلقه بسته باین فرور واحد

تابع تبدیل از $y = u$ در این سیستم به صورت زیر است:

$$G_{cc}(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)} \quad (3-32)$$

و با استفاده از رابطه (۳-۲۹) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} S \frac{dG_{cc}(s)}{ds} &= \frac{dG_{cc}(s)}{dG(s)} \cdot \frac{G(s)}{G_{cc}(s)} \\ &= \frac{K(s)(1 + K(s)G(s)) - K^2(s)G(s)}{(1 + K(s)G(s))^2} \cdot G(s) \cdot \frac{1 + K(s)G(s)}{K(s)G(s)} \\ &= \frac{1}{1 + K(s)G(s)} \end{aligned} \quad (3-33)$$

حال اگر $K(s)G(s)$ مقدار بزرگی باشد، آنگاه انداز $S \frac{dG_{cc}(s)}{dG(s)}$ می تواند به نسبت کوچکی
 به عدد واحد برسد. برای مشاهده دقیقتر این مطلب توجه کنید که تغییرات در $G(s)$ (که آنرا
 $\Delta G(s)$ نمایش خواهیم داد) باعث تغییرات در $G_{cc}(s)$ (که آنرا با $\Delta G_{cc}(s)$ نمایش
 می دهیم) خواهد شد. همیشه $\Delta G_{cc}(s)$ تبدیل فوریه ورودی را با $R(s)$ و خروجی های را
 $Y(s)$ نمایش می دهیم، آنگاه با استفاده از تعریف حالت داریم

$$\begin{aligned} \tilde{Y}(s) &\triangleq R(s) (G_{cc}(s) + \Delta G_{cc}(s)) \\ &= R(s) \left(G_{cc}(s) + \frac{\Delta G(s)}{G(s)} G_{cc}(s) \right) \\ &= \underline{R(s)G_{cc}(s)} \left(1 + \frac{\Delta G(s)}{G(s)} S \frac{dG_{cc}(s)}{dG(s)} \right) \end{aligned} \quad (3-34)$$

توجه کنید که در اینجا $\bar{Y}(s)$ زخمی می‌تواند تغییر یافته تعریف شده است. رابطه (۳-۲۴) را بصورت زیر می‌توان بازنویسی کرد

$$\frac{\bar{Y}(s) - Y(s)}{Y(s)} = \frac{\Delta Y(s)}{Y(s)} = \frac{\Delta G(s)}{G(s)} \quad (3-25)$$

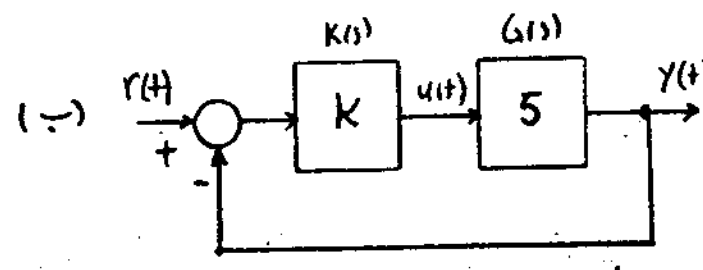
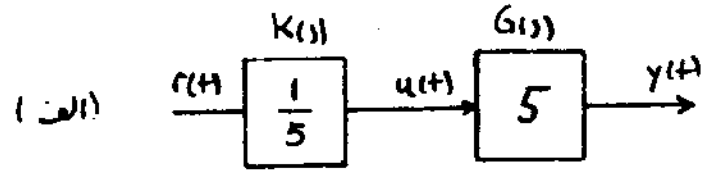
البته این رابطه را ساده‌تر با استفاده از تعریف حالتی زیر می‌توان تغییر داد، چون داریم $\sum_{G(s)}^{G(s)} = \sum_{G(s)}^{G(s)}$ با رابطه (۳-۲۵) واضح است که اگر رابطه زیر را در نظر بگیریم

$$\left| \frac{\Delta G(s)}{G(s)} \right| \ll 1 \quad (3-26)$$

آنگاه نسبت $|\Delta Y(s)|$ به $|Y(s)|$ بسیار کوچک خواهد بود و یا به عبارت دیگر (۳-۲۶) را تغییر می‌دهیم $Y(s) = \bar{Y}(s)$ و بطور مثال فرض کنید که در وناس $\omega = 0.51$ ، $\left| \sum_{G(s)}^{G(s)} \right| = 0.01$ ، آنگاه با رابطه (۳-۲۵) واضح است که $\Delta G(s)$ تغییر در $G(s)$ ($\frac{|\Delta G(s)|}{|G(s)|} = 0.01$) فقط نامت $\% 0.01$ تغییر در اندازه $Y(s)$ خواهد شد و این مقدار بسیار کمتر از تغییرات برای $\Delta G(s)$ می‌باشد.

ما قصد به طالب ذکر کرده واضح است که با استفاده از $\Delta G(s)$ و $\Delta Y(s)$ کردن اندازه $|K(s)|$ می‌توان حالتی $\Delta G(s)$ را به تغییرات پارامترها لم کرد و این یکی از مهم ترین دلایل استفاده از سیستم های حلقه بسته می‌باشد. برای ادامه بیشتر به ذکر بیشتر می‌پردازیم.

مثال ۳-۳: سیستم $G(s) = 5$ را در نظر بگیرید. برای اینکه خروجی $y(t)$ درودی مشابه $r(t)$ را دنبال کند می‌توان از دو سیستم متفاوت حلقه باز و حلقه بسته بهره‌برداری کرد.



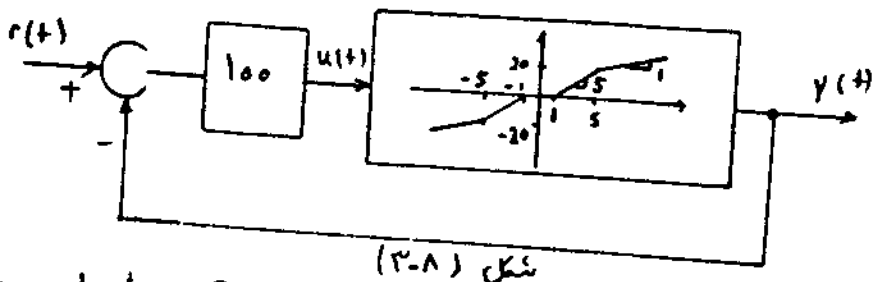
تقریباً همان 5 باله، آنگاه زوجی سیسم حلقه بار ورودی را دقیقاً دنبال خواهد کرد ولی حاصلیت سیسم حلقه بار به تغییرات مقدار واحد می باشد. پس 25 تغییر در $G(1)$ در این صورت باعث 25 تغییر در زوجی سیسم خواهد شد. ولی در سیسم حلقه بار با انتخاب $K(1)$ می توان حاصلیت را به مقدار قابل ملاحظه ای کم کرد. بطور مثال فرض کنید که K را بزرگتر از انتخاب کنیم تا حاصلیت 0.01 شود. بارها به (3-23) داریم:

$$(3-23) \quad |K(1)G(1)| \gg 1, \quad \frac{1}{K(1)G(1)} \approx \frac{G(1)}{K(1)}$$

پس در اینده حاصلیت 0.01 شود، گاهی اوقات $K(1)G(1)$ را تقریباً 100 انتخاب کنیم. چون $G(1) = 5$ ، پس $K(1) = 20$ انتخاب خواهیم کرد. توجه کنید که در اینصورت $G(1) = \frac{100}{101}$ پس زوجی ورودی را دقیقاً دنبال نمی کند ولی تغییرات در $G(1)$ باعث تغییرات بسیار کوچکی در سیسم حلقه سبب خواهد شد. بطور مثال اگر $G(1) = 4$ تغییر یابد، آنگاه $G(1) = \frac{80}{81}$ و اگر $G(1) = 6$ تغییر یابد، آنگاه $G(1) = \frac{120}{121}$ خواهد شد و مرد این مقادیر بسیار نزدیک به مقدار نای $\frac{100}{101}$ می باشند در صد تغییرات در $G(1)$ (یا معادله در زوجی) تقریباً 2% است! پس استفاده از سیسم خود در تعلیل حاصلیت می تواند کار آیی خوبی داشته باشد.

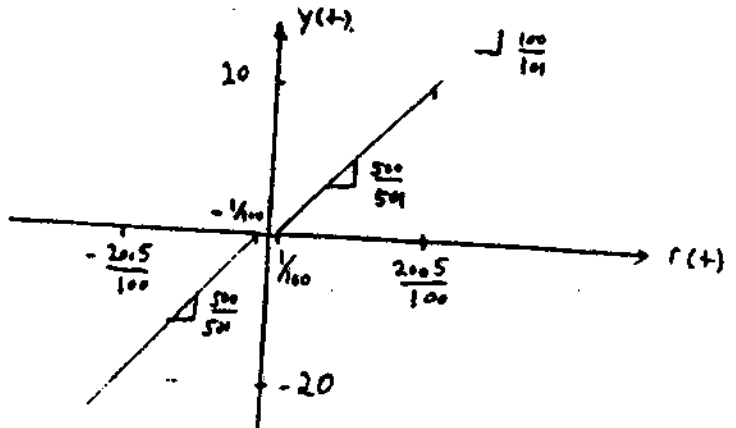
باز هم به مثال قبل. واضح است که در صورت زیاد بودن بهره حلقه، رفتار سیسم حلقه سبب حاصلیت سیسم در تغییرات تابع تبدیل $G(1)$ خواهد داشت. نکته حالب این است که حتی اگر سیسم مورد نظر نیز خطی می بود، آنگاه با استفاده از تغییرات می توان کاری کرد که سیسم حلقه سبب تقریباً خطی عمل کند، البته تا سادسید بهره حلقه نسبتاً بزرگ است. برای نمایش اثر تغییرات بر روی اینها می توانیم به ذکر یک مثال می پردازیم.
 مثال 3-4: سیسم شکل (3-8) را در نظر بگیرید. سادس می توان مشاهده کرد که $G(1) = 1 + \frac{1}{s}$ نیز یک رابطه قطعه-قطعه می خواهد بود. توجه کنید که اینها الان نیز خطی زد بوده و رفتار آنرا می توان به 3 ناحیه مختلف تقسیم کرد:

مکان خطی مشاهده می توان به روشهای دیگر عمل کرد. بطور مثال با استفاده از انتزاعی که در $K(1)$...



شکل (۳-۸)

الف - ناحیه مرده (Dead zone) ب - پهنای ۵ ج - پهنای ۱ . پس از کمی تأمل می‌توان رابطه بین $r(t)$ و $y(t)$ را بصورت زیر رسم نمود .



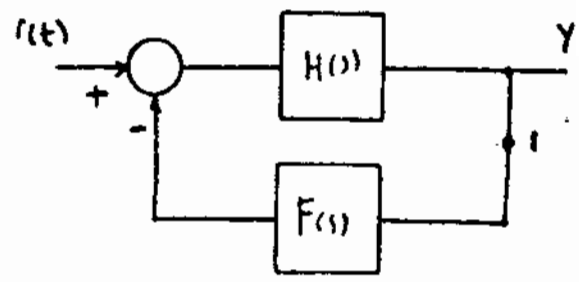
شکل (۳-۹)

توجه کنید که ناحیه مرده به $\frac{1}{100}$ تعریف یافته و پهنای مرده اول $\frac{500}{501}$ و پهنای مرده دوم $\frac{100}{101}$ می‌باشد . پس سیستم حلقه بسته تقریباً مانند یک اصل عملی با پهنای واحد عمل می‌کند ! استفاده از فیدبک برای کاهش اثر الایهای غیر خطی ، یک روش بسیار رایج و با کارایی بسیار بالای بالذ و اصول آن نیز بر کاهش حساسیت در سیستم‌های حلقه بسته استوار است [۱۰] .

در قسمت بعد حساسیت سیستم‌های رارسی خواهیم کرد که علاوه بر میر بیشتر ، الای در مسیر سفور نیز دارند و در رقیقت فیدبک واحد نمی‌باشد . کاربرد مطالب ذکر شده در قسمت بعد بیشتر در مسائل طراحی تقویت کننده‌های الکترونیکی است و در گذر اول می‌توانید این قسمت را نادیده گرفته و برای ادامه به قسمت بعد مراجعه کنید .

۳-۴ - حساسیت الایهای مسیر پیشرو و پیچور

سیستم حلقه بسته در شکل (۳-۱۰) را در نظر بگیرید . در این سیستم برخلاف سیستم‌هایی که تا کنون بررسی کرده‌ایم ، مسیر فیدبک نیز واحد می‌باشد . با ادلی می‌توان مشاهده کرد :



شکل - (۳-۱۰)

$$\frac{Y(s)}{R(s)} \triangleq H_c(s) = \frac{H(s)}{1 + F(s)H(s)} \quad (3-38)$$

در ادامه حالت $H_c(s)$ را به تغییرات F و H نظر جدائانه مورد بررسی قرار خواهیم داد. استفاده از تقریب حالت داریم

$$\begin{aligned} S_{H(s)}^{H_c(s)} &= \frac{dH_c(s)}{dH(s)} \cdot \frac{H(s)}{H_c(s)} = \frac{1 + F(s)H(s) - F(s)H(s)}{(1 + F(s)H(s))^2} \cdot (1 + F(s)H(s)) \\ &= \frac{1}{1 + F(s)H(s)} \end{aligned} \quad (3-39)$$

حال اگر $|F(j\omega)H(j\omega)| \ll 1$ باشد، آنگاه $|S_{H(j\omega)}^{H_c(j\omega)}|$ و حساسیت سیستم طاقته تغییرات

المن میسر و کوچک خواهد بود. برای محاسبه حالت $H_c(s)$ به تغییرات $F(s)$ داریم:

$$\begin{aligned} S_{F(s)}^{H_c(s)} &= \frac{dH_c(s)}{dF(s)} \cdot \frac{F(s)}{H_c(s)} = \frac{-H(s)}{(1 + F(s)H(s))^2} \cdot \frac{F(s)(1 + F(s)H(s))}{H(s)} \\ &= \frac{-F(s)H(s)}{(1 + F(s)H(s))} \end{aligned} \quad (3-40)$$

در اردالت بالا $|F(j\omega)H(j\omega)| \ll 1$ آنگاه $|S_{F(j\omega)}^{H_c(j\omega)}|$ و حساسیت سیستم طاقته به

تغییرات الان میسر و تقریباً مقدار واحد خواهد بود. پس در شکل (۳-۱۰) تا مادامیکه

هره حلقه باز است، احتیاجی به دقت بسیار بالا در الهای میسر و می باله در حالیکه الهای میسر و باید دقیق بوده و تغییرات کمی دالت بالنده. در تقویت کننده های الکترونیکی الهای فعال (بند Op-Amp) در میسر و قرار دارند و الهای غیر فعال در میسر و

همواره مثال بهره‌تأمین کننده عملیاتی ممکن است تغییرات زیادی داشته باشد ولی بهره‌حلقه زبرک
 باشد آنچه از این تغییرات رودی خودی کوچک خواهد بود همینطور با انتخاب انتهای خوب غیرفعال
 (با استفاده از انتهای خوب که تغییرات کمی دارند) در میسر می‌شود. تغییرات خوبی را کم کرد.
 در مورد لیمیت شکل (۳-۱۰) به شکل بسیار خوب دیگری نیز توان اشاره کرد. با توجه به (۳-۱۸)
 واضح است که اگر اندازه بهره‌حلقه زبرک باشد داریم

$$|F(\eta) H(\eta)| \gg 1 \rightarrow H_c(\eta) = \frac{H(\eta)}{F(\eta) H(\eta)} = \frac{1}{F(\eta)} \quad (3-11)$$

در نتیجه در فرآیندهایی که بهره‌حلقه زبرک است، لیمیت شکل (۳-۱۰) باشد مگر $F(\eta)$ عمل می‌کند.
 در این حالت برای ساخت مکرر تقریبی یک لیمیت استفاده می‌شود. البته جالب این
 است که این خاصیت حتی برای لیمیت‌های نیز برقرار است در ادامه زیر لیمیت $H(\eta)$
 یک بهره مالی برده که آن را با H نمایش خواهیم داد و $F(\eta)$ نیز یک لیمیت بیرون مانده

آنها را F نمایش خواهیم داد. اگر رودی الان نیز u را با y نمایش دهیم،
 آنچه $y = F(u)$. علاوه بر حلقه‌سفر را در شکل (۳-۱۰) در نقطه y باز کنیم و
 سیمتال u به الان نیز y در این نقطه اعمال کنیم، آنچه مقدار u است در این نقطه
 $H F(u) -$ خواهد بود. برای این لیمیت بهره‌حلقه نسبت $H F(u) - u$ تعریف کنیم.
 ملاحظه به شکل (۳-۱۰) می‌توان نوشت:

$$Hr - HF(y) = y \quad (3-12)$$

اگر فرض کنیم که اندازه بهره‌حلقه خیلی زبرک از y باشد ($|HF(y)/y| \gg 1$) آنچه با

$$Hr \approx HF(y) \quad \text{فراهم دالت} \quad \text{یا معادلاً}$$

$$y = F^{-1}(r) \quad (3-13)$$

سه لیمیت شکل (۳-۱۰) باشد مگر F عمل خواهد کرد (البته در اینجا فرض می‌کنیم که
 مگر F ورود داشته و همینطور لیمیت حلقه‌ساز است.) نظر شما با قرار دادن یک دید
 (با استفاده از سیمتال) در میسر می‌شود که تغییرات کمی توان به یک مشخصه کاربردی
 برای لیمیت حلقه‌ساز دست یافت [۱۰].

در این فصل درباره حیدرلی تقیوب وردیما و این بدون اگر امتحان در یک لیست حلقه سه مهمت
کردم نشان دادیم که برای دنبال کردن سئوال بنا باید اندازه بهره حلقه K1q1q2 را در زمانهای
کدام سئوال بیشتر انرژی خود را در در بزرگ انتخاب میام. به طور مثال مقرر دادن انتقال لیر در
دون بهره حلقه می توان وردی های و نامی پایین را بدون خطا و در وردی یله را بدون خطای مانند ما
دنبال نمود البته با فرضی اینکه سیستم حلقه سه باید باشد.
علاوه بر این کاهش حاصلیت سیستم به تغییرات پارامترها نیز باید بهره حلقه را بزرگ انتخاب میام.
در فصل بعد نشان خواهیم داد که برای برآورد کردن شرایط دیگری باشند بایداری با وجود تغییرات پارامترها
او کاهش انرژی باید بهره حلقه را کوچک انتخاب کنیم و انتخاب بهره حلقه بزرگ در تمامی فراسها
متناسب نمی باشد.

فصل ۴ پاسخ فرکانسی یک سیستم کنترلی مطلوب

در فصل ۳ حالت سیستم‌های حلقه بسته را به تغییرات پارامترها مورد بررسی قرار داده و نشان دادیم که برای حفظ خطای سیستم حلقه بسته با وجود تغییرات مدل سیستم باید بهره حلقه را بزرگ انتخاب نماییم. علاوه بر این دنبال کردن ورودی مناسبت از این بدون اثرات نامطلوب نیز بهره حلقه را بزرگ انتخاب می‌نماید. در ادامه نشان خواهیم داد که در فرکانس‌هایی که فضای مدل سازی زیاده باشد باید برای حفظ پایداری سیستم حلقه بسته، بهره حلقه را کوچک انتخاب کنیم و در نتیجه مانند ازین بدون اثر نوسان، در بعضی از محدوده‌های فرکانسی از بهره حلقه بزرگ باید اجتناب نمود. پس از نمایش این مطلب، در قسمت (۴-۳) درباره رفتار اندازه پاسخ فرکانسی حلقه باز یک سیستم کنترلی مطلوب به تفصیل صحبت کرده و سپس درباره رابطه بین فرکانس گذر ω_{c} پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز و مدولت پاسخ سیستم حلقه بسته بحث خواهیم کرد.

۴-۱ - پایداری مقاوم

مانند قبل ذکر کرده‌ایم، پایداری یک سیستم کنترلی حلقه بسته بهترین مشخصه آن است و همواره باید قرار در نظر داشته باشیم. صحبت کردن درباره کارایی سیستمی که ناپایدار است، بی‌معنی است. علاوه بر سیستم حلقه بسته تنها برای مدل‌های سیستم باید پایدار باشد، بلکه با وجود تمام تغییرات ممکن در سیستم حلقه باز، پایداری سیستم حلقه بسته باید حفظ شود. به پایداری با وجود تمام تغییرات ممکن، پایداری مقاوم (Robustness یا Robust stability) گفته می‌شود و امروزه یکی از بهترین مباحث مورد بررسی در علم کنترول است. در ادامه درباره نحوه بیان خطاهای سازی و پایداری مقاوم بحث خواهیم کرد.

برای این منظور فرض کنید که مدل نامی سیستم که در مراحل طراحی مورد استفاده قرار می‌گیرد با $G(s)$ نمایش داده شود. فقط تقریب از رفتار واقعی سیستم می‌باشد و در ادامه فرض می‌کنیم که مدل واقعی سیستم (که معمول است) با فرض خطای $\Delta(s)$ با $G(s)$ نمایش داده شود. آنگاه به چندین روش متفاوت می‌توان رابطه $G(s)$ و $G(s)$ را بیان نمود. روش سبب متداول استفاده از روش مدل‌سازی خطای جبهی و فضای فیزیکی می‌باشد. در روش مدل‌سازی

جبهی (Additive Errors) فرض می‌کنیم که تابع تبدیل $\Delta(s)$ وجود دارد به طوری که [۷]

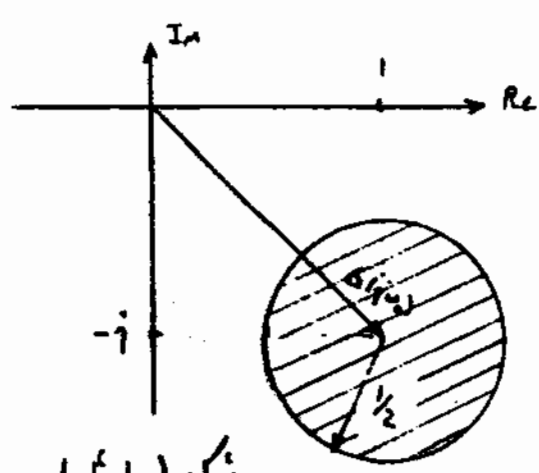
$$G(s) = G(s) + \Delta(s) \quad (4-1)$$

خطای مطلق $G(s) \pm \Delta(s)$

پس در اینجا $\Delta(s)$ ، تفاوت بین تابع تبدیل واقعی و تابع تبدیل مدل سیستمی باشد. به عنوان مثال فرض کنید که مدل واقعی سیستم $\frac{s+1}{s+10}$ باشد (البته در واقعیت مایه‌چگتا، مدل واقعی را دقیقاً می‌دانیم چون از آراسی دانستیم، در مراحل مختلف طراحی از آن استفاده می‌کردیم!) ولی مدل نامی سیستم فقط رفتار سیستم واقعی را در فرکانسهای پایین در نظر گرفته باشد $\Delta(s) = 1/10$ انتخاب شده باشد. در اینصورت مارتوفه به $(4-1)$ داریم

$$\Delta(s) = \frac{s+1}{s+10} - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \frac{s}{s+10} \quad (4-2)$$

مانطور که گفته شد در واقعیت $G(s)$ و در نتیجه $\Delta(s)$ دقیقاً موردنی باله ولی برای یک کلان بالا از اندازه $\Delta(s)$ در فرکانسهای مختلف موردالت. به عنوان فرض کنید که در فرکانس ω ، $G(j\omega) = 1 - j$ باشد و همینطور بدانیم که اندازه $\Delta(j\omega)$ در فرکانس ω از $1/2$ بیشتر نمی‌باشد، آنگاه $G(j\omega)$ در فرکانس ω می‌تواند حرکت از دایره اصلی که نوب آن در درون دایره مایه‌چگتا داده در شکل زیر قرار دارد، باشد.



البته عمده‌تاً بیان خطا به صورت درصد راحت‌تر می‌باشد، به این دلیل یک روش دیگر بیان رابطه بین $G(s)$ و $\bar{G}(s)$ استفاده از مدل سازی خطای ضربی (Multiplicative Error) است. در این روش فرض می‌کنیم که تابع $\delta(s)$ وجود داشته باشد به طوری که [۷]

$$\left(\frac{\bar{G}(s) - G(s)}{G(s)} = \delta(s) \right) \quad \bar{G}(s) = (1 + \delta(s)) G(s) \quad (4-3)$$

توجه کنید در اینجا $\delta(s)$ با عدد واحد مقایسه می‌شود در حالیکه در $(4-1)$ $\Delta(s)$ با $G(s)$.

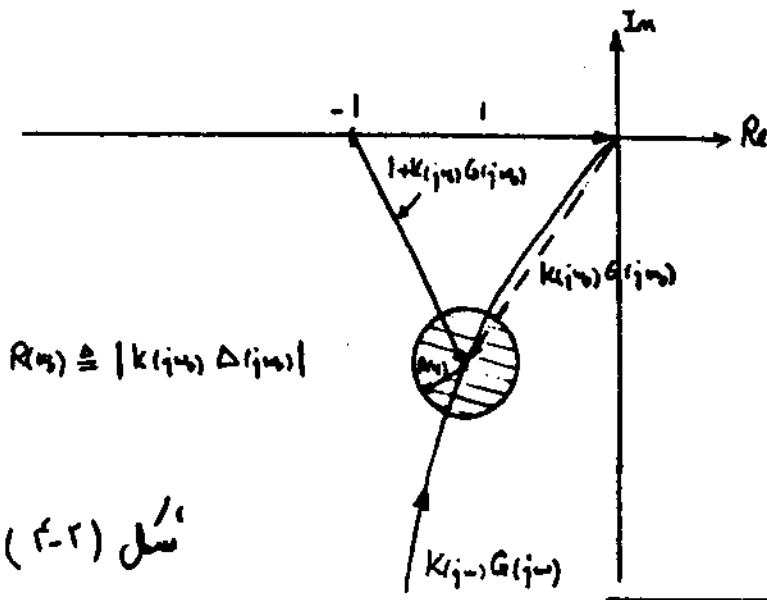
(۴-۳) راجع الی آنکه $\delta(s)$ ، صورت زیر باید در رابطه

می باشد :

$$\Delta(s) = \delta(s) G(s) \quad (4-4)$$

برای نمونه در مثال صفحه قبل داریم $\delta(s) = \frac{95}{s+10}$. در اینجا نیز برای $\delta(s)$ دقیقاً موجود نمی باشد بلکه یک کران بالا را آن اندازه آن موجود است. به عبارتی مثال برای یک سیستم داده شده می دانیم که اندازه $\delta(s)$ در یک محدوده فرکانسی از او کمتر می باشد یا به عبارت دیگر در این محدوده خط از ۱۰٪ کمتر است.

پس از آشنا شدن با چگونگی نمایش خطاهای مدل سازی، در ادامه به بررسی بایدهاری یک سیستم با وجود اینگونه خطاها خواهیم پرداخت. حال سیستم حلقه بسته شکل (۲-۳) را در نظر بگیرید و فرض کنید که سیستم حلقه بسته نامی بایدهار باشد. (یعنی $K(s)$ به گونه ای انتخاب شده تا برای $G(s)$ نامی سیستم حلقه بسته بایدهار شود.) در ادامه می خواهیم ببینیم که تحت چه شرایطی با حائزین $G(s)$ (مدل واقعی سیستم) به جای $G(s)$ سیستم حلقه بسته بایدهار خواهد ماند. برای این منظور فرض کنید که دیالگرام نایلوئیست $K(s)G(s)$ به صورت شکل (۲-۲) باشد. آنگاه دیالگرام نایلوئیست $K(s)G(s)$ در فرکانس ω می تواند در داخل هر یک از نقاط هالدر زده قرار داشته باشد که حال از فرض کنیم که تعداد قطبهای



شکل (۲-۲) - تأثیر خطای مدل بر روی دیالگرام نایلوئیست

نمودار کنید که در اینجا لزومی بر سه بودن $\delta(s)$ نمی باشد و در صورت لزوم فقط $G(s)$ ، $G(s)$ می تواند باشد. همچنین می توانیم که خطا اندازه $\delta(s)$ را می دانیم و هیچ خطای رایج به خطا آن نداریم. چگونگی خطای مدل سازی

نابایدار $G_{(1)}$ و $G_{(2)}$ (تعداد قطبهای $G_{(1)}$ ، $G_{(2)}$ در دایره میله نایبوست) با یکدیگر برابر باشد، آنگاه با فرض اینکه سیستم حلقه‌ست نامی پایدار باشد، برای پایدار بودن سیستم حلقه‌ست توافق باید کاری کنیم تا تعداد دورها حول نقطه ۱- عوض نشود. با مراجعه به شکل (۴-۲) واضح است که اگر رابطه

$$R(s) \cong |K(s) \Delta(s)|$$

$$|1 + K(s)G(s)| > R(s), \forall s \quad (4-5)$$

برقرار باشد، آنگاه تعداد دورها با وجود خطاهای مدل سازی عوض نشده و سیستم حلقه‌ست واقعی نیز پایدار خواهد بود. (رای اثبات دقیق این مطلب می‌توانید به [۷] مراجعه کنید). (توجه کنید که شرط (۴-۵) یک شرط کافی می‌باشد و اگر برقرار نباشد، آنگاه سیستم کنترلی حلقه‌ست با وجود خطاهای مدل سازی می‌تواند همچنان پایدار باشد).

متأسفانه درکت راست رابطه (۴-۵)، $K(s)$ که مجهول مبدأ است ظاهر می‌شود و اگر خطاهای مدل سازی را بصورت فیزی در نظر بگیریم، آنگاه ما جایگزین (۴-۴) در (۴-۵) خواهیم داشت

$$|1 + K(s)G(s)| > |K(s)G(s) \delta(s)|, \forall s$$

و این معادل است با

$$|1 + [K(s)G(s)]^2| > r(s), \forall s \quad (4-6)$$

$$r(s) \cong |\delta(s)|$$

در رابطه (۴-۶) شرط پایداری ستادم گفته می‌شود و در طراحی سیستم‌های کنترلی حلقه‌ست کاربرد دارد. فراین را داراست [۹].

در رگاسیهای بالا عمده خطاهای مدل سازی فیزی بسیار بزرگ می‌باشد (۱۰۰٪، ۱۰۰٪). بطور مثال در معده ۴-۳ برای $G_{(1)} = \frac{1}{10}$ و $G_{(2)} = \frac{5+1}{5+10}$ داریم $\delta(s) = \frac{9s}{5+10}$ ؛ پس برای رگاسی بزرگتر از تقریباً $\frac{1}{9}$ (۱۰۰٪) در این مثال بصریم، اندازه $\delta(s)$ از یک بیشتر خواهد بود و $|\delta(s)|$ با افزایش فرکانس، افزایش پیدا می‌کند. با این تسامیل واضح است که برای برقرار شدن رابطه (۴-۶) در رگاسی‌های بالا، $|K(s)G(s)|$ باید خیلی کوچکتر از ۱ باشد و این عمل نتیجه‌ای است که در ابتدای این قسمت ذکر کرده بودیم. در رگاسی‌های مدل سازی فیزی

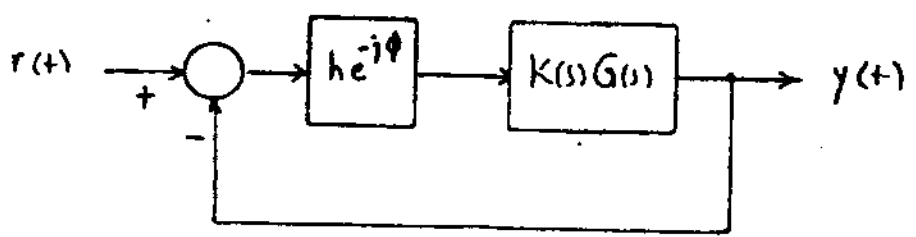
اندازه بود حلقه باید کوچک باشد، تا لیمیت حلقه سبب ناوجود خطاهای مدل سازی مکنه، پایدار باشد.

لذا بسیار مهمی که باید بدان توجه کرد، محدودیت پهنای باند لیمیت حلقه است که در رابطه (۴-۶) بر خردی آید. پهنای باند لیمیت حلقه ست را فرکانسی می نامیم که در آن اندازه پهنای فرکانسی این لیمیت 3 db از پهنای فرکانسی در فرکانسهای پایین کمتر باشد. بردار این فرکانسی نزدیک به فرکانسی است که اندازه پهنای فرکانسی لیمیت حلقه از مقدار حدی شود. با مراجعه به (۴-۶) واضح است در فرکانسهای که ω مراتب از یک بزرگتر شود، اندازه $K_{(s)G(s)}$ باید از یک کوچکتر شود. پس پهنای باند لیمیت را می توان در فرکانسهای انتخاب کرد که خطاهای مدل سازی فیزیکی در آنها مراتب بیشتر از 100% در رله از 1 می باشد.

در ادامه درباره حدناز و حد بهره که خود معیار های رایجی برای مایشن مقاوم بودن پایداری لیمیت حلقه است در مقابل تغییرات پارامترهای ماله صحت کرده در رابطه آنها را با مطالب این قسمت ذکر خواهیم کرد.

۴-۲ - حدناز و حد بهره

برای مرمی مفهیم حدناز و بهره شکل (۴-۳) را در نظر بگیرید. در اینجا فرض می کنیم که برای $h=1$ ، $\phi=0$ ، لیمیت حلقه ست پایدار باشد. بزرگ $h e^{-i\phi}$ در حقیقت مایلر بوسی تغییرات در مدل لیمیت می باشد و حالت $h=1$ ، $\phi=0$ مایلر حالت نامی



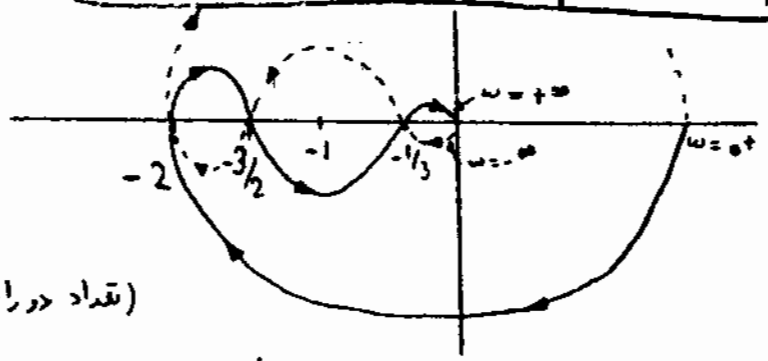
شکل (۴-۳)

فرکانسی که در آن اندازه پهنای فرکانسی لیمیت حلقه از یک می شود، فرکانس ω_{db} می نامیم که در رابطه (۴-۷) و (۴-۸) آمده است.

است. البته توجه کنید که یک سیستم حقیقی را تا آنجا که $e^{-j\omega}$ یا $(p+k_n)$ داشته باشد این نرم نمایانگر تغییرات فاز و اندازه در تابع تبدیل سیستم می باشد ϕ در اینجا یک زاویه ثابت بوده و بازگامسای تغییر نمی کند.

حال فرض کنید $\phi=0$ باشد و در ادامه می خواهیم از تغییرات $h > 0$ را بررسی بایبایداری سیستم حلقه بسته بررسی کنیم. حد بهره سیستم (از طرف بالا) h طبق تعریف کوچکترین مقدار h است که برای آن سیستم حلقه بسته نه مرز بایبایداری و ناپایداری می رسد و در حقیقت نمایانگر این است که تا چه حد می توان بهره سیستم را افزایش داد ولی سیستم حلقه بسته هنوز بایبایداری خواهد ماند. به همین صورت حد بهره سیستم (از طرف پایین) h طبق تعریف بزرگترین مقدار h است که برای آن سیستم حلقه بسته نه مرز بایبایداری و ناپایداری می رسد. البته تعریف اربع حد بهره همان حد بهره از طرف بالا است ولی برای سیستم هایی که - صورت مستروط بایبایداری باشد (Conditionally Stable) آنگاه گاهی بهره نیز ممکن است بسبب ناپایداری سیستم حلقه بسته گردد و - این علت تعریف حد بهره از طرف پایین نیز ضروری می باشد [1].

مثال ۱-۴: دیاگرام نیکیویست پاسخ فرکانسی $K(s)G(s)$ در زیر آمده است. ما فرض کنید $K(s)G(s)$ قطبی در داخل میله نیکیویست نداشته باشد و وضع است که سیستم حلقه بسته شکل (۴-۳) را فرض $\phi=0$ و $h=1$ بایبایداری می باشد. توجه کنید که این سیستم حلقه بسته بصورت مستروط بایبایداری است چون m یا گامسای m با افزایش بهره می توان آنرا ناپایدار نمود.



(تعداد در اینجا حول نقطه ۱- صبر است)

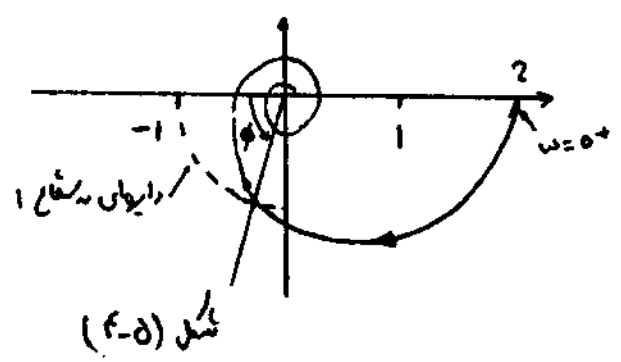
شکل (۴-۲) - دیاگرام نیکیویست مثال (۴-۱)

است که از h را ما 3 افزایش دهیم سیستم - مرز بایزاری و ناپایداری
 در حالت بالا برای این سیستم 3 می باشد. بهینطور h را برای توان تا $\frac{2}{3}$
 بخش داد و سیستم به مرز بایزاری و ناپایداری خواهد رسید. (البته سیستم برای h کوچکتر از $\frac{1}{2}$ نیز
 برای h بالایی و در طبق ترفیع حد بهره از طرف پایین بزرگترین مقدار h است ($h < 1$) که برای آن
 سیستم به مرز بایزاری و ناپایداری می رسد. پس حد بهره از طرف پایین برای این سیستم $\frac{2}{3}$ است.
 حال فرض کنید $h = 1$ بوده و می خواهیم از تغییرات زیاد $\phi > 0$ را بررسی بایزاری سیستم
 هستیم مورد بررسی قرار دهیم. حد فاز طبق ترفیع. کوچکترین مقدار ϕ است که برای آن
 سیستم حلقه بسته به مرز بایزاری و ناپایداری می رسد. توجه کنید که از $\phi = 0$ روی دیاگرام نایلوئیست
 $K(s)G(s)$ در فاصله این دیاگرام در جهت عقربه های ساعت به مقدار ϕ درجه می باشد پس حد فاز
 حقیقت ناپایداری است که تا چه حدی توان دیاگرام نایلوئیست را چرخاند (تا چه حد فاز منفی
 در آن داخل حلقه فیدبک وارد کرد) و سیستم حلقه بسته هنوز پایدار باقی خواهد ماند.

مثال 4.2: فرض کنید که تابع تبدیل $K(s)G(s)$ در شکل (4-3) صورت زیر باشد:

$$K(s)G(s) = \frac{2e^{-sT}}{s+1} \quad (4.7)$$

در اینجا $K(s)G(s)$ گویا ناپایدار است. دیاگرام نایلوئیست $K(s)G(s)$ صورت زیر است:



در معادله حد فاز سیستم $K(s)G(s)$ همسانی که اندازه آن عدد واحد می باشد را
 می آریم. برای این منظور داریم

$$|K(j\omega)G(j\omega)| = \left| \frac{2e^{-j\omega T}}{j\omega+1} \right| = \frac{2}{\sqrt{1+\omega^2}} \quad (4.8)$$

پس برای اینکه سیستم پایدار باشد باید از حد فاز ϕ باشد. آنگاه می توان دیاگرام نایلوئیست
 را در $\phi = 0$ در حلقه فیدبک مثبت چرخاند و در سیستم ناپایدار خواهد بود. پس از آنکه در حلقه فیدبک مثبت $\phi = 0$ در $\phi = 0$ است.

س

$$\left. \frac{2}{\sqrt{1+\omega^2}} \right|_{\omega=\omega_c} = 1 \rightarrow \omega_c = \sqrt{3} \quad (4-9)$$

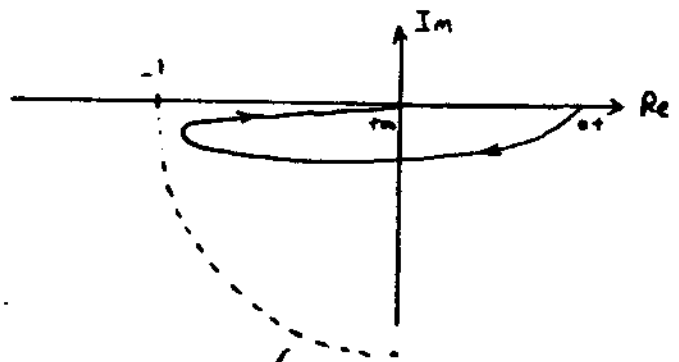
همپسوریان محاسبه می‌کنیم:

$$\angle \left. \frac{2e^{-j\omega T}}{j\omega+1} \right|_{\omega=\omega_c} = -\omega_c T - \tan^{-1} \omega_c = -\sqrt{3}T - \frac{\pi}{3} \quad (4-10)$$

با فرض اینکه $-\pi < -\sqrt{3}T - \frac{\pi}{3}$ باشد (چون در غیر اینصورت سیستم حلقه بسته با زنی $\phi=0$, $h=1$ پایدار نخواهد بود) حد فاز برابر است با

$$\phi = \pi - \frac{\pi}{3} - \sqrt{3}T = \frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}T \quad (4-11)$$

از آنجا که حد فاز و حده پهنای باند برای بیان مقاومت پایداری سیستم در مقابل تغییر پارامترها می‌باشد ولی یک سیستم ممکن است حد فاز و حده پهنای باند بسیار نزدیکی داشته باشد ولی باید تغییرات یک در صد تغییرات سیستم، سیستم حلقه بسته ناپایدار شود. هر چنانچه فرض کنید که دی‌گرام امپدانس $(G(j\omega))$ صورت زیر باشد. آنگاه حده پهنای باند این سیستم از فرکانس ω_c تا $\omega_c \pm 180^\circ$ در

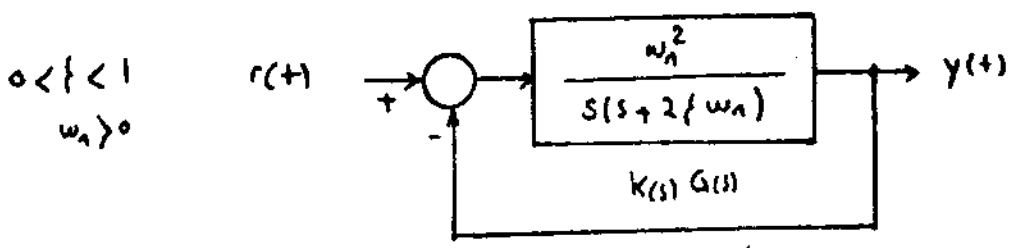


شکل (4-6)

است. ولی باید کمی تغییر میزان فاز و اندازه، فقط -1 دور زده شده و سیستم حلقه بسته ناپایدار خواهد شد. البته مجرباً اینچنین مواردی در سیستم‌های راقی اتفاق می‌افتد ولی به عنوان معیار اصلی پایداری مقاوم سیستم در مقابل تغییر پارامترها همان رابطه (4-6) است و در بسیاری موارد از معیارهای حد فاز و حده پهنای باند نیز می‌توان برای این منظور استفاده کرد.

نکته بسیار حائز اهمیت این است که حد فاز سیستم را بعد از تغییر پارامترها با رسمتار یا بسنج گذرای سیستم حلقه بسته دارد به این صورت که هر چه حد فاز نزدیکتر باشد، مگر کم جوش - ورودی به

مثل سیستم کنترلی در مدار نظریه بلرید



$0 < \zeta < 1$
 $\omega_n > 0$

شکل (۴-۷)

ساده‌ترین شکل مدار کنترلی در مدار نظریه بلرید (فرکانس ω_c) بر حسب ω_n ،
معدرت زیرالت [۶]:

$$\omega_c = \omega_n \left((4\zeta^4 + 1)^{1/2} - 2\zeta^2 \right)^{1/2} \quad (۴-۱۳)$$

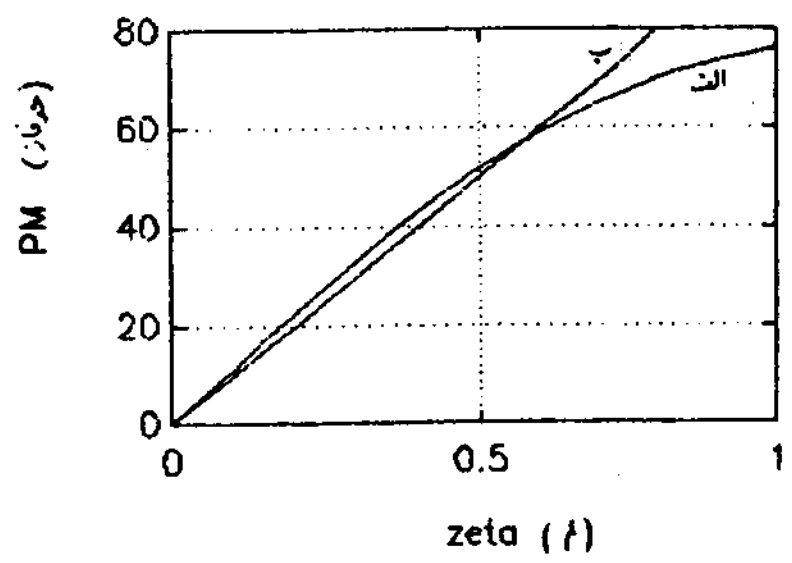
و حدما این سیستم را می‌توان از رابطه زیر بدست آورد [۶]:

$$\phi = \tan^{-1} \left(2\zeta \omega_n / \omega_c \right) \quad (۴-۱۳)$$

رابطه (۴-۱۳) در (۴-۱۳) واضح‌الت که حدما ϕ فقط به نسبت میرایی ζ بستگی دارد.
بنابراین هر دو در شکل (۴-۸) رسم شده‌الت. با توجه به این شکل می‌توان مشاهده کرد که
رابطه تقریبی بین ϕ و ζ بدست زیرالت

$$\phi = 100\zeta \quad (۴-۱۴)$$

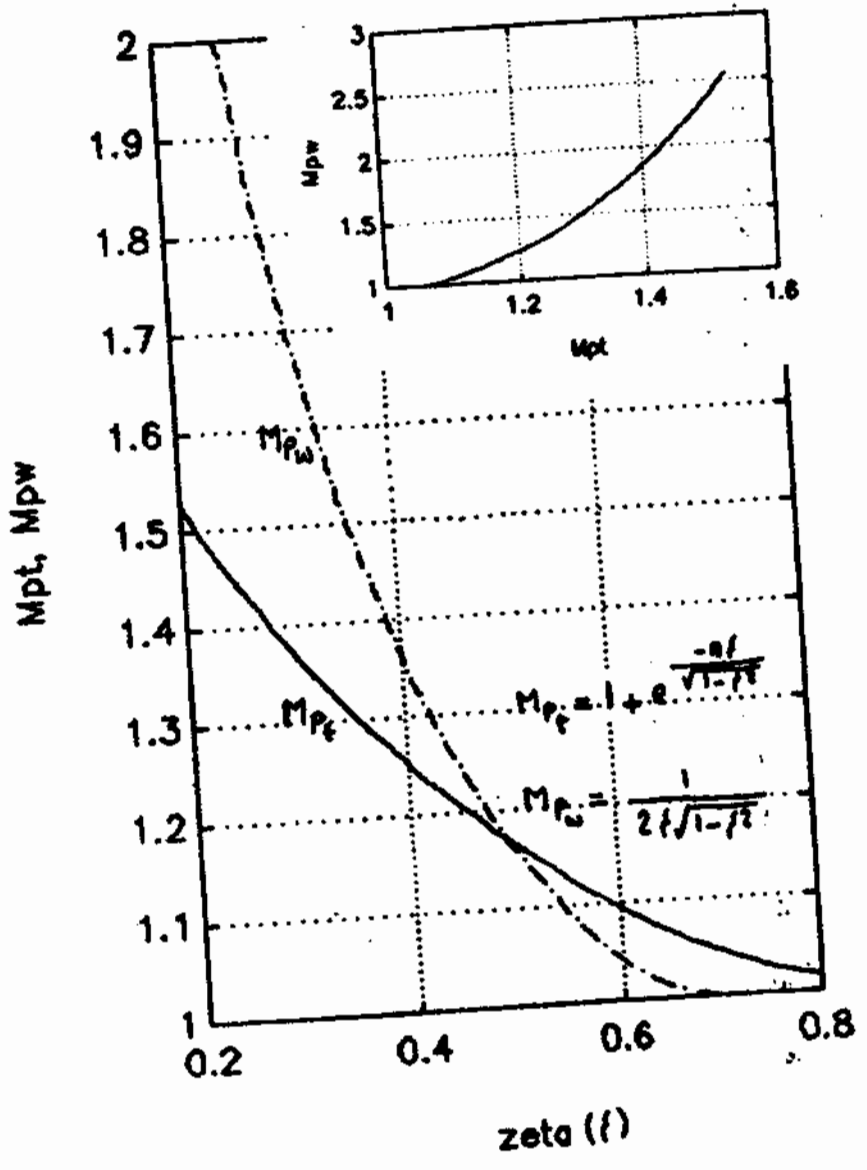
در اینجا ϕ بر حسب درجه بیان شده.



شکل (۴-۸) - الف) رابطه حدما و نسبت میرایی برای یک سیستم درجه دوم
ب) رابطه تقریبی حدما و نسبت میرایی

کتاب (ماتریک روش پاسخ پدیدارگرایی) بسبب M_{ps} های بزرگ خواهد شد.
 برای فهم بیشتر این رابطه، در شکل (۴-۱۵) M_{ps} بر حسب M_{pe} (ماتریک مقدار پاسخ پدیدارگرایی حلقه سیم) بر حسب M رسم شده است. نکته قابل توجه دیگر این است که M_{ps} بزرگ علاوه بر نهایتاً بودن پاسخ نویسی در دامنه زمان نهایتاً خطای نسبتاً زیاد در دنبال کردن ورودی منبأ در زکانش های طول در حوش ها نیز می باشد و این مشخصه ای است که عمدهً نامطلوب می باشد.

در حالت کلی برای محاسبه M_{ps} احتیاج به معالیه پاسخ زکانش سیم حلقه سیم از روی پاسخ زکانشی سیم حلقه باز داریم. برای انجام این عمل می توان از دیالگرام نیولوز [۶۳] استفاده کرد. نیولوزی انجام این عمل در قسمت (۴-۵) توضیح داده شده است.



شکل ۴-۱۵: رابطه بین M_{ps} و M_{pe} بر حسب M

در انتهای این قسمت به نکته بسیار مهمی درباره حدناز اشاره می‌کنم. همانطور که از مطالب این قسمت مأمود است، حدناز مشخصه بسیار مهمی در سیستم‌های کنترلی بوده و رابطه مستقیمی با رقت زمانی سیستم نیز دارد. تمام مطالب قسمتهای قبل درباره اندازه $(\omega_p)G(s)K$ متمرکز شده بود. اگر بتوان محدودی حدناز سیستم را نیز به رقتار اندازه $(\omega_p)G(s)K$ ربط داد آنجا

قدم بسیار مهمی در تسهیل مراحل طراحی برداشته خواهد شد. نکته جالب این است که اگر $K(\omega)G(\omega)$ گویا و صاف بوده و صفر و قطبی در سمت راست محور s یا روی آن نباشد

باید آنگاه بود (Bode) [۱۴] نشان داد که از روی اندازه $(\omega_p)G(s)K$ می‌توان فاز آنرا در هر فرکانسی بریزد. در فرکانس ω بدین صورت آورد: $\angle G(j\omega)K$ این عمل بخاطر

حزینات ریاضی آن به پیوسته است. الف مستقل شده است، در اینجا فقط به کلیات آن اشاره خواهیم کرد. بزرگ نشان داد که فاز $(\omega_p)G(s)K$ در فرکانس ω به نسبت اندازه $(\omega_p)G(s)K$ در فرکانسهای حول و حوش ω وابسته است و تقریباً اگر نسبت اندازه

-20 dB/decade باشد، آنگاه فاز تقریباً -90° درجه خواهد بود و برای

اینکه حدناز مطلوبی داشته باشیم، نسبت اندازه نباید زیاد باشد و عمده‌ای باید سعی کرد که حداکثر -20 dB/decade برسد و دیالرام بود $(\omega_p)G(s)K$ یا 20 dB/decade تا نسبت صفر -20 dB/decade

قطع شود. این نکته مهمی در مراحل طراحی می‌باشد و باید به آن توجه داشت. در ادامه با معیاری مطالب ذکر شده، درباره رقتار اندازه یا سطح فرکانسی یک سیستم نمونه

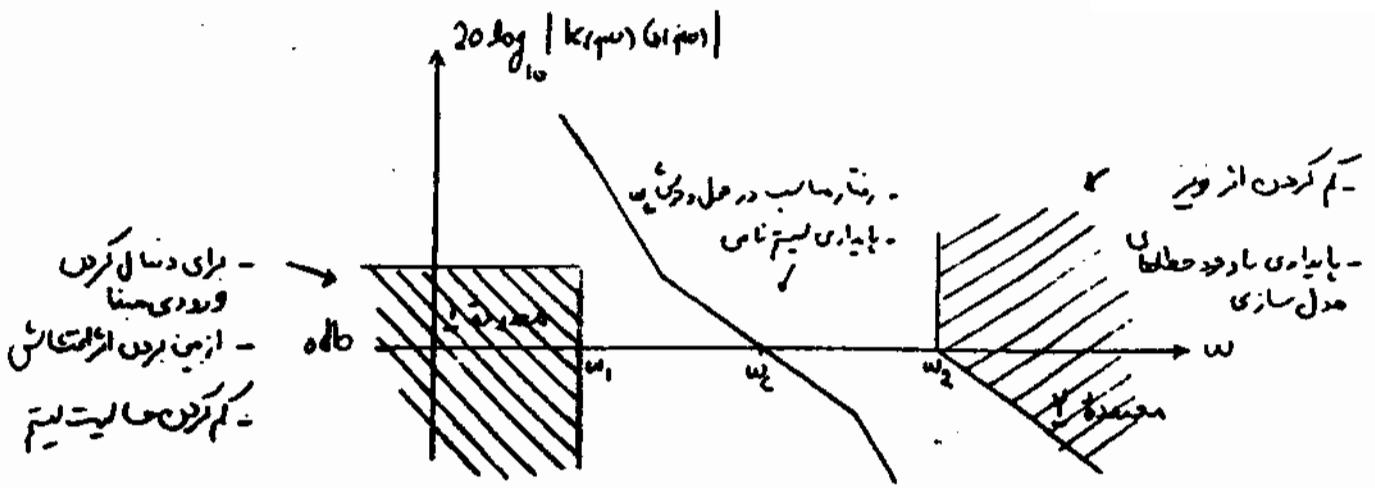
و رابطه آن با پاسخ زمانی سیستم بحث خواهیم کرد.

۴-۳ - مشخصه‌های اندازه یا سطح فرکانسی یک سیستم کنترلی خوب

در قسمت‌های قبل مشاهده کردیم که برای دنبال کردن ورودی‌ها، گامش افزایش و کم کردن حاصلیت سیستم حلقه بسته به تغییرات حول سیستم احتیاج به بهره حلقه بزرگ داریم. علاوه بر این

گامش از نوسان اندازه‌گیر بر روی فرقی و پایداری در مقابل تغییرات حول سیستم احتیاج به بهره حلقه کوچک می‌باشد. پس دیالرام بود (نمونه) $(\omega_p)G(s)K$ می‌تواند چیزی همانند

شکل (۱۱-۴) باشد. در این شکل دو محدوده هالتر رده مشخص شده است که دیالرام اندازه $(\omega_p)G(s)K$ برای یک سیستم کنترلی خوب نباید وارد این محدوده هالتر [۱۳].



شکل (۴-۱۱) - دیاگرام بود یک سیستم نمونه

محدوده ۱ برای برقرار شدن شرط $|K(i\omega)G(i\omega)| \gg 1$ انتخاب شده است و محدوده ۲ برای برقرار شدن شرط $|K(i\omega)G(i\omega)| \ll 1$ (توجه کنید که نیب اندازه یاسع فرکانسی در فرکانسهای خیلی پایین نماینده نوع سیستم (System Type [۶]) می باشد اثر این نیب 20 dB/decade باشد. اما نوع سیستم ۱ است - $K(i\omega)G(i\omega)$ یک انتقال گیر در درون خود دارد؛ اثر این نیب 40 dB/decade باشد. آنگاه نوع سیستم ۲ است و به همین سوال برای نیبهای دیگر.)
مشخصه طراحی سیستم کنترلی معادل است با اینکه هرگز $K(s)$ بلونه ای انتخاب نشود تا $|K(i\omega)G(i\omega)|$

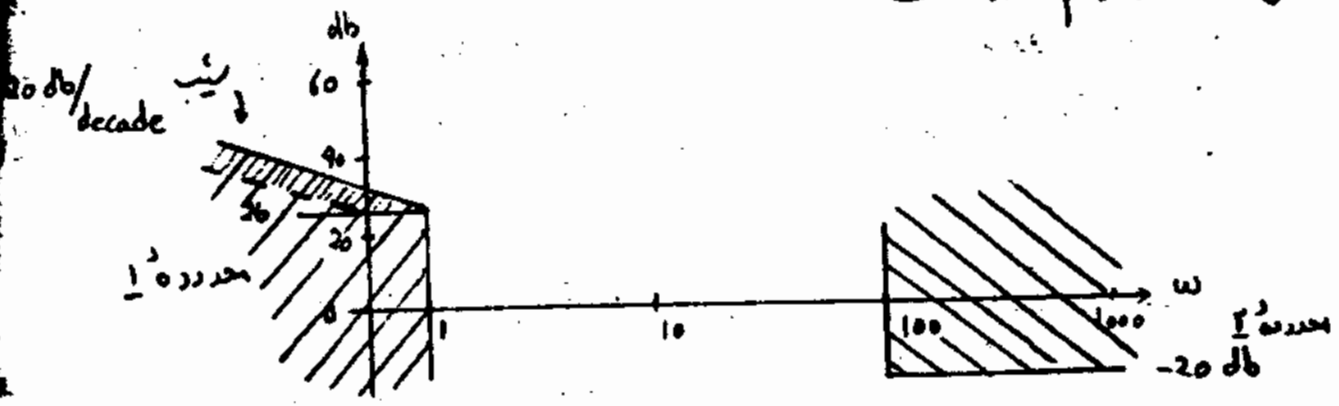
در مناطق هائوز زده شود و نیب حلقه نسبت به زیر پایدار باشد. علاوه بر رفتار فاز $|K(i\omega)G(i\omega)|$ هنگامی که اندازه $K(i\omega)G(i\omega)$ تقریباً یک می باشد بسیار مهم است که $K(s)$ باید برای انتخاب شود تا یک حدفاصل مناسب حاصل شود و همانطور که در قسمت قبل اشاره کردیم $K(s)G(s)$ با فاز منبسط برای حصول به یک حدفاصل مناسب باید $K(s)$ بلونه ای انتخاب شود تا نیب $|K(i\omega)G(i\omega)|$ در حول دوقس فرکانسی کمتر 0 dB (ω_c) زیاد و تقریباً 20 dB/decade باشد.

ال ۴۳: محدوده های ۱ و ۲ شکل (۴-۱۱) را بلونه ای تعیین کنید تا خطای دینال کردن و لاسی سیسزم با فرکانس کمتر از 1 sec/dec تقریباً کمتر از ۵٪ بوده و ورودی منبسط بلونه ای خطای ماندگار دینال شود. همیشه فرض کنید که خطاهای مدل سازی به صورت هیزین

$$|S(\omega)| = 0 \quad \omega > 100 \text{ rad/sec} \quad (4.19)$$

$$|S(\omega)| \leq 10 \quad \omega > 100 \text{ rad/sec}$$

مدل شد باید با استفاده از مطالب قسمت (۲-۴) برای دنبال کردن ورودی های با فرکانس کمتر از 1 rad/sec با خطی که از 5 dB اندازه K_p را باید حدوداً از 26 dB (در فرکانسهای کمتر از 1 rad/sec) بزرگتر انتخاب کنیم. همچنین باید رابطه $(2-4)$ در فرم $|S(\omega)| = 4$ اندازه K_p را در فرکانسهای بزرگتر از 100 rad/sec که فیلتر از 20 dB انتخاب شود. همچنین برای دنبال کردن ورودی پله بدون فضای ماندگار، احتیاج به یک انتگرال گیر در $K(s)G(s)$ داریم. پس یک اندازده در فرکانسهای پایین باید اولاً 20 dB/decade باشد. با استفاده از این اطلاعات، محدوده های ω_1 و ω_2 در شکل (۴-۱۲) رسم شده است.



شکل (۴-۱۲)

تقریباً در محدوده ω خطوط با شیب -20 dB/decade می توانیم برای سلف انتخاب شود. در شکل (۴-۱۲) در ردیفی متفاوت برای این منظور در نظر گرفته شده و یکی با نظرمین ردیفی با فیلترهای داده شده است. البته برای کاهش خطا در فرکانسهای پایین واضح است که باید وارد منطقه ای که عبور است هر چند حال آنکه محدوده شده داریم.

نکته بسیار مهمی را که باید به آن توجه داشت، قابل تغییر بودن محدوده های ω_1 و ω_2 در مراحل طراحی می باشد چون در رابطه امکن است این محدوده ها را نمونه ای انتخاب کنیم که برآورده کردن شرایط مختلف امکان پذیر باشد. بطور مثال در شکل (۴-۱۱) اگر فرکانسهای ω_1 و ω_2 خیلی نزدیک نزدیک باشند، آنگاه برای ω_1 از محدوده های ω_1 ناچار به قطع خط 0 dB با شیب زیاد فوایم بود که باعث پدید آمدن حوض نامطلوب خواهد شد. علاوه بر اینها

سه ردیف مرت درسی عالی است (۱۵۱۳) بارگشتی شود و نیز این مقادیر در صورت اجبار قابل قبول می باشد. دلایل مشابهی را می توان تعددی و اند محدودی های را که در آنها به صورت محدودی های نیز قابل نفوذ نگاه کنید.

در این قسمت و قسمت های قبل به تفصیل درباره اندازه های فرکانسی سیستم حلقه باز (۱۵۱۳) (K۱۳) صحبت کردیم. البته در تمامی مراحل هدف انتخاب اینها (۱۵۱۳) (K۱۳) بود تا سیستم حلقه بسته (۱۵۱۳) (K۱۳) رفتار مناسبی داشته باشد. در ادامه درباره رابطه بین پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز و حلقه بسته و چگونگی محاسبه پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته از روی پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز صحبت خواهیم کرد. علاوه بر این رابطه دقیق تر بین پاسخ فرکانسی و پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته را ذکر خواهیم کرد.

۴-۴ - رابطه بین پهنای باند سیستم حلقه بسته و ω_c

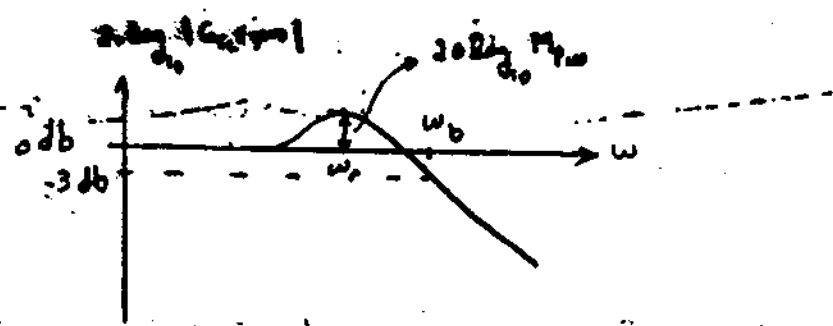
سیستم شکل (۲-۳) را در نظر بگیرید و توابع تبدیل حلقه باز (۱۵۱۳) و حلقه بسته (۱۵۱۳) را در صورت زیر تعریف کنید:

$$G_{ol}(s) \triangleq K(s) G(s) \quad (۴-۲۰)$$

$$G_{cl}(s) \triangleq \frac{G_{ol}(s)}{1 + G_{ol}(s)} \quad (۴-۲۱)$$

شود که تاکنون در گذشته است. برای در فرکانسهای پایین اندازه (۱۵۱۳) بزرگ می باشد. واضح است که در فرکانسهای بالا اندازه (۱۵۱۳) تقریباً یک خواهد بود. همچنین در فرکانسهای بالا اندازه (۱۵۱۳) تقریباً یک است پس در این فرکانسها (۱۵۱۳) تقریباً همان (۱۵۱۳) خواهد بود. در فرکانسهای که اندازه (۱۵۱۳) خیلی بزرگ و یا خیلی کوچک است، می گویند (۱۵۱۳) اثری ندارد. مسئله مهم دیگری که به دست آوردن (۱۵۱۳) در فرکانسهای است که اندازه (۱۵۱۳) تقریباً یک می باشد.

در این رابطه (۱۵۱۳) را می توان برای بسیاری از سیستم ها بصورت شکل (۴-۱۳) می باشد. در این شکل (۱۵۱۳) مقدار کمتری از پاسخ فرکانسی است که قبلاً در قسمت (۴-۲) نیز بیان شده بود.



شکل (۴-۱۳) - پاسخ فرکانسی برای سیستم معلقه

همینطور ω_p مایه اثر بهیچای ماند سیستم است و آن فرکانس است که در آن اندازه پاسخ فرکانسی $3dB$ از اندازه پاسخ فرکانسی در فرکانسهای پایین کمتر است (البته در بعضی از سیستم ها $\omega_p > \omega_0$ ممکن است برآمدگی هیرت شکل (۴-۱۳) نداشته باشد) در قسمت (۲-۴) گفته شد که M_p رابطه معکوس با ضرایب سیستم دارد. در اینجا فراهم دید که بهیچای ماند ω_p رابطه مستقیمی با فرکانس گذر $0.5\omega_0$ (ω_c) دارد. برای مشاهده این مطلب زین لینک

$$G_m(\omega) = \frac{\omega_0}{s} \quad (4-22)$$

آنگاه داریم

$$G_m(\omega) = \frac{\omega_0}{s + \omega_0} \quad (4-23)$$

واضح است که برای این سیستم درجه یک، فرکانس ω_c همان ω_0 خواهد بود و همینطور بهیچای ماند $G_m(\omega)$ نیز همان ω_0 است:

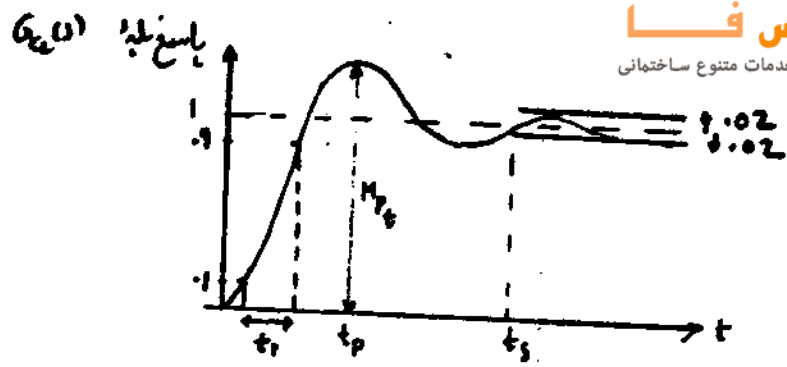
$$\omega_b = \omega_c = \omega_0 \quad (4-24)$$

پس برای این سیستم بخصوص رابطه بسیار نزدیکی مابین ω_b و ω_c برقرار است. توجه کنید که در این سیستم ω_p نمایانگر سرعت پاسخ سیستم است چون هرچه ω_p بزرگتر باشد آنگاه ثابت زمانی کوچکتر بوده و

سیستم سریعتر پاسخ خواهد داد. بطور مثال زمان نشست که زمان درود به محروم (1 ± 0.02) مقدار بهیچای (به شکل (۴-۱۴) مراجعه کنید) نزدیک شده است و آنرا با t_s نمایش خواهیم داد برابر 4 ثابت زمانی می باشد

$$t_s = 4\tau, \quad \tau = \frac{1}{\omega_0} \quad (4-25)$$

پس از این t_s یا t_r (که همان ω_c است) باعث کاهش زمان نشست خواهد شد. همینطور زمان صعود که زمان رسیدن از ۱۰٪ مقدار بهیچای به ۹۰٪ مقدار بهیچای می باشد و آنرا با t_r



شکل (۴-۱۴) - تعریف t_r , t_p , t_s , M_{pt}

نمی دهیم برای سیستم (۴-۲۳) برابر است با

$$t_r = \frac{2.2}{\omega_b} \quad (۴-۲۴)$$

ن افزایش چگالی باند است کاهش زمان معود فرآیند. این معیار برای سیستم حاد در برابر زلزله قرار
برای ردش تر شدن سطح در داده زمین

$$G_a(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)} \quad (۴-۲۷)$$

تکه داریم

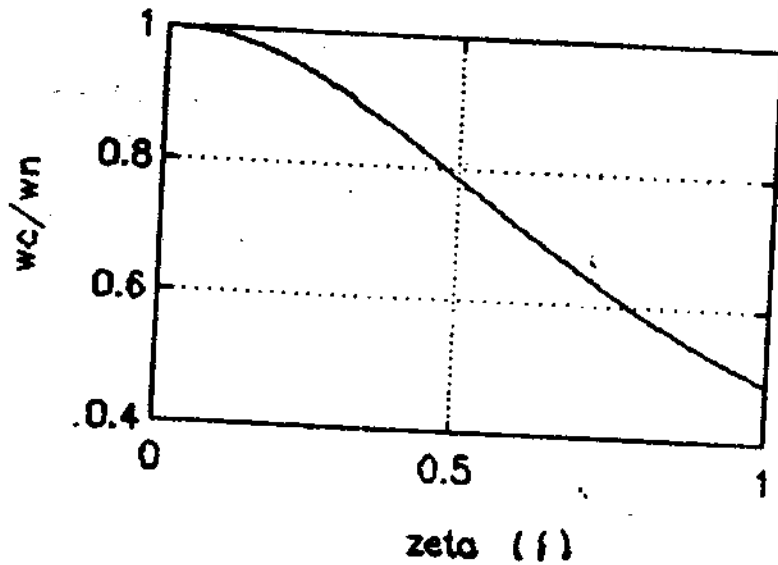
$$G_{oc}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (۴-۲۸)$$

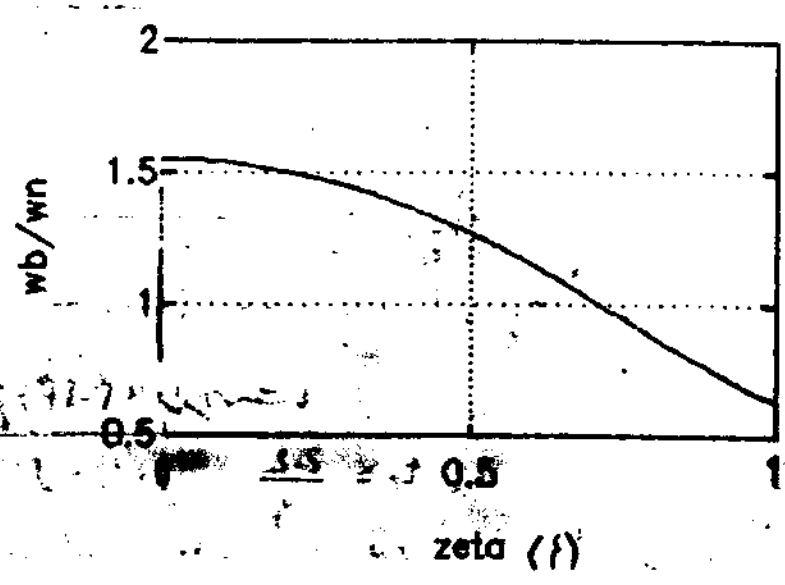
پولیس سیستم درجه دوم ω_c و ω_b را می توان از روابط زیر محاسبه نمود [۱۰]:

$$\omega_c = \omega_n \left((4\zeta^2 + 1)^{1/2} - 2\zeta^2 \right)^{1/2} \quad (۴-۲۹)$$

$$\omega_b = \omega_n \left((2 - 4\zeta^2 + 4\zeta^4)^{1/2} + 1 - 2\zeta^2 \right)^{1/2} \quad (۴-۳۰)$$

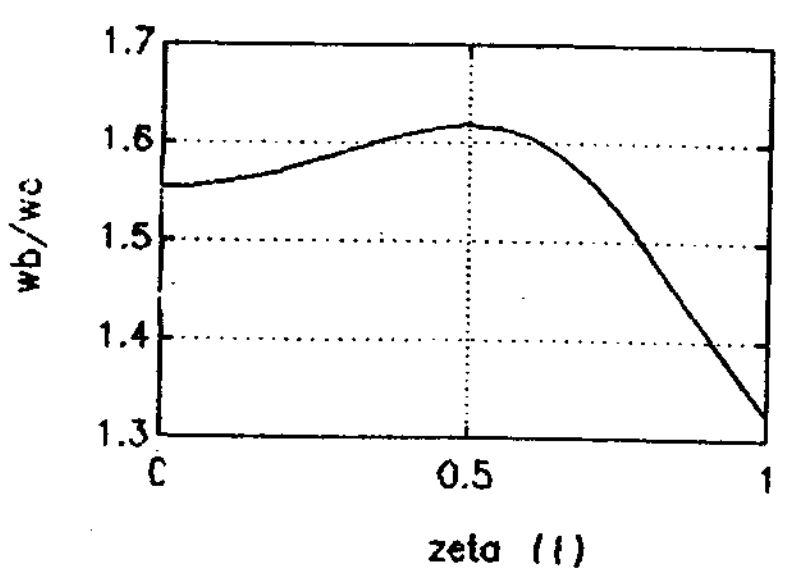
تغییرات ω_c/ω_n و ω_b/ω_n با ζ در شکل های (۴-۱۵) و (۴-۱۶) نمایش داده شده است.





شکل (۴-۱۲) - رابطه w_b/w_1 با ζ

معلومه نسبت w_b/w_1 نیز نقطه ζ استثنائی داشته و در شکل (۴-۱۷) رسم شده است.



شکل (۴-۱۷) - رابطه w_b/w_c با ζ

توجه کنید که معلومه از w_b/w_1 بزرگتر می باشد و تغییرات w_b/w_1 با ζ نسبتاً کوچک می باشد و می توان تقریباً فرض کرد $w_b/w_1 = 1.5$ است. البته در مرفق سیستم درجه اول (۲۳-۲۴) در این w_b/w_1 با ζ برابر زمان می باشد. بسیار نزدیک هستند در حالت کلی یعنی باشد w_b/w_1 از w_b/w_1 بزرگتر بوده ولی نسبتاً از w_b/w_1 کوچکتر است.

نتیجه غالب این است که برای سیستم درجه دوم (۲۸-۲۹) نیز رابطه بین زمان صعود و تغییراتی باشد همبست زیر است [۱۰]:

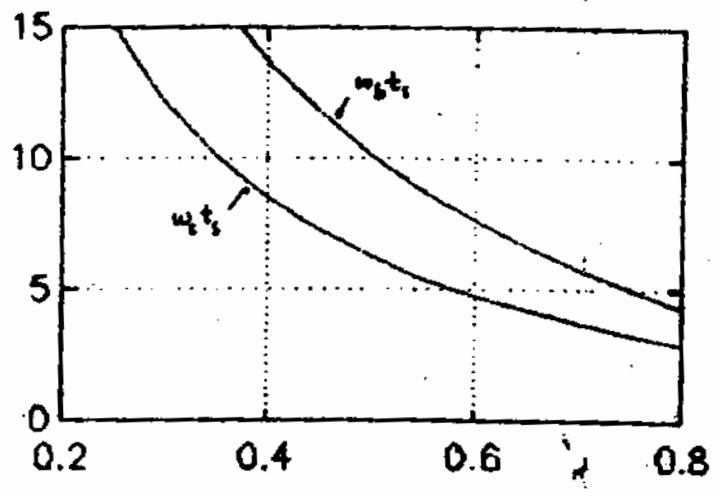
$$2.2 \text{ به } t_s \text{ به } \omega_n$$

در واقع رابطه بالا براساس بسیاری از سیستم‌ها (حتی با درجه‌های بالا) برقرار است و با اندازگیری با می‌توان ω_n را ساده‌تر کرد و یا با اندازگیری ω_n ، t_s را نتیجه گرفت.

در سیستم درجه دوم (۴-۲۸)، ثابت زمانی سیستم را $1/\omega_n$ در نظر می‌گیرند و زمان نشست براساس این سیستم‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید قابل معالجه است:

$$(۴-۲۳) \quad t_s = \frac{4}{\omega_n} = 4\tau \quad \left(\tau = \frac{1}{\omega_n}\right)$$

از روابط (۴-۲۹) و (۴-۳۰) براساس ω_n بر حسب ω_n و ζ یا ω_n و ζ می‌توان t_s را به دست آورد. آن‌ها حاصل ضرب $\omega_n t_s$ (یا $\zeta \omega_n t_s$) هستند که تغییراتی در مقادیر آنها مشاهده می‌شود. جدولی تغییرات $\omega_n t_s$ و $\zeta \omega_n t_s$ با رسم در شکل (۴-۱۸) رسم شده است و از آن می‌توان براساس معالجه زمان نشست و از روی ω_n یا ζ استفاده کرد.



شکل (۴-۱۸) کلی

برای تعیین ω_n و ζ از روی t_s (یا τ) باید حد فزاینده داده شود (یا یک حد فزاینده داده شود). افزایش ω_n (یا τ) باعث کاهش t_s می‌شود و در نتیجه ω_n و ζ را می‌توان به دست آورد. اما ω_n و ζ را می‌توان به دست آورد و t_s را به دست آورد. این در شکل (۴-۱۱) نقش بسیار مهمی را در کارآیی سیستم دارد. البته بخاطر وجود محدودیت‌ها! مکانی مدل سازی و نیز اندازه گیری می‌توان به واسطه از اندازه بزرگ انتخاب نمود و در نتیجه سیستم سرعت دلتا افزایش داد.

عامل دیگری که به رانندگی کند، مقدار انرژی گسترش موجودی باشد. توجه کنید که تابع G_{ij} از شکل (۲-۳) صورت زیر است

$$G_{ij} = \frac{K_{ij}}{k_{ij} G_{ij}} \quad (4-33)$$

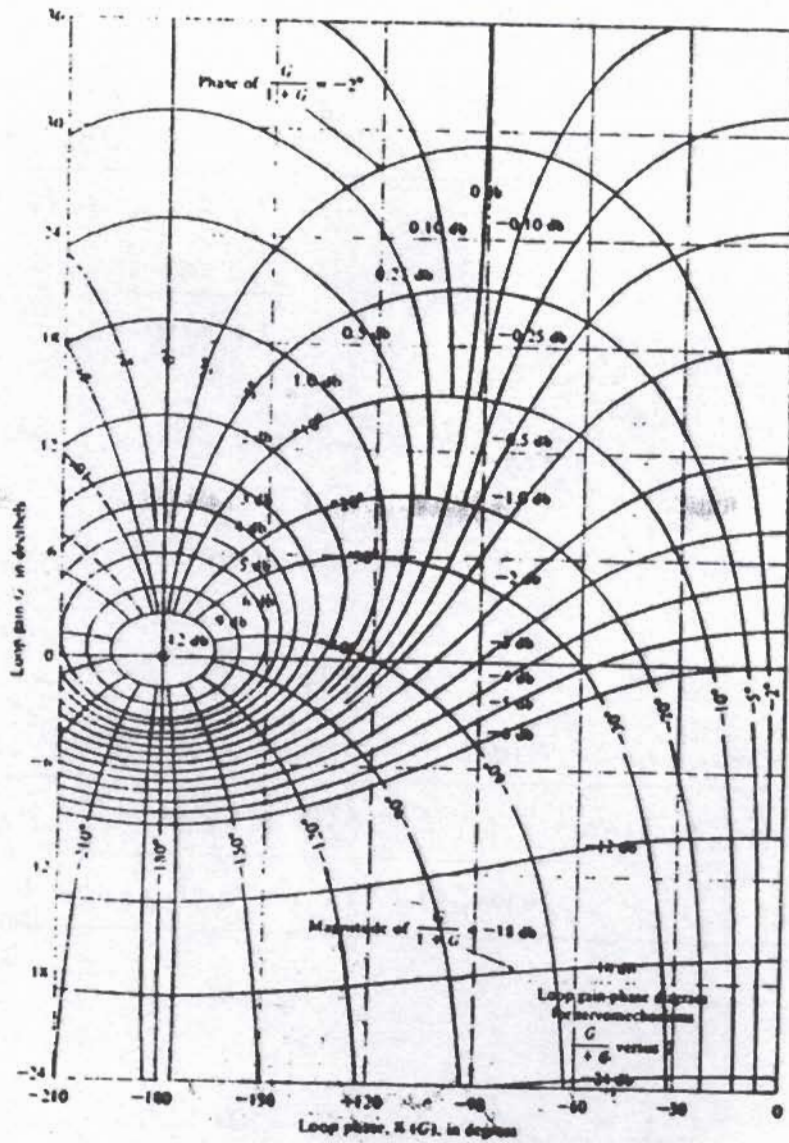
حال در فرکانس ω که به یک حلقه بزرگ است (از دیدگاه $\omega \rightarrow \infty$) داریم $G_{ij} \approx \frac{K_{ij}}{k_{ij} G_{ij}}$ (۴-۳۴)

فرقی کنید که فرکانس ω پهنای $K_{ij}(\omega)$ (۳-۱۰) بزرگتر از پهنای $G_{ij}(\omega)$ باشد در این صورت در یک محدوده فرکانسی $K_{ij}(\omega)$ بزرگتر از $G_{ij}(\omega)$ در حالت

کوچک است پس در این محدوده با استفاده از (۴-۳۴) $G_{ij}(\omega) \approx \frac{K_{ij}(\omega)}{k_{ij}(\omega)}$ و لذا دنبال کردن ورودی سنا در این فرکانسها احتیاج به استفاده زیاد از ورودی $u(t)$ می باشد که عملی ناسطرب است.

۴-۵ - چگونگی محاسبه پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته از روی پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز

برای محاسبه پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته از روی بهره حلقه می توان از دیاگرام نیلورز [۴] استفاده کرد. دیاگرام نیلورز تقریباً در M و N [۴] بر روی دیاگرام لگاریتم اندازه-فاز (log magnitude phase plot) می باشد. این دیاگرام در شکل (۴-۱۹) نمایش داده شده است. طرز استفاده از آن به این صورت است که پاسخ فرکانسی $G_{ij}(\omega)$ را با استفاده از مقیاس های لمدی (اندازه بر حسب db) و افقی (فاز بر حسب درجه) بدون توجه به منحنیها رسم می کنیم. پس برای هر فرکانس ω ، پاسخ فرکانسی $G_{ij}(\omega)$ نقطه ای بر روی این دیاگرام خواهد بود. این نقطه بر روی یکی (یا در نزدیکی) از منحنی های $\left| \frac{G_{ij}}{1+G_{ij}} \right|$ مقدار ثابت قرار خواهد داشت. محدوده نوسان شده در کنار این منحنی نمایانگر اندازه $G_{ij}(\omega)$ در این فرکانس مشخصی خواهد بود. به همین صورت برای فاز لیم حلقه بسته عمل خواهیم کرد و نقطه تلاقی با منحنی های $\frac{G_{ij}}{1+G_{ij}}$ که مقدار ثابت را در نظر خواهیم گرفت.



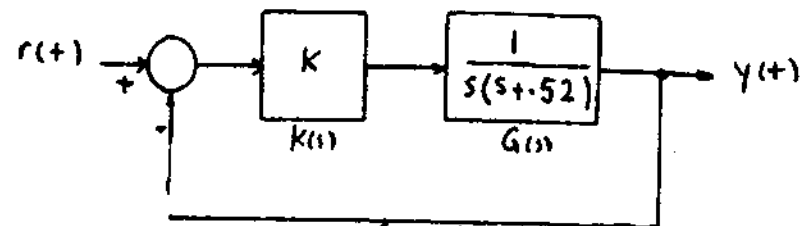
شکل (۴-۱۹) دیاگرام نیکولز

استفاده از دیاگرام نیکولز برای بررسی پایداری سیستم در فرکانس بالا برای این منظور کافی است معنی $\left| \frac{G(s)}{1+G(s)} \right|$ مقدار کم است (در فرکانس بالا) که در پاسخ فرکانس (سازگار) میانس می شود در صورت آوردن در فرکانس مربوطه نقطه نیکولز نیز مشخص شده است خواهد بود. (لیس مراجعه به شکل (۴-۱۸) می توان نسبت میدان Γ مربوطه قطب سوز و ماکزیم جیس پاسخ به M_{ps} را در صورت سرعت آورد.)

الته آورده سادگی با استفاده از کپیبرد می توان M_{ps} را از روی M_{ps} (سازگار) کالبره و دیاگرام نیکولز حد کاربرد آن در طریق می باشد چون ما استفاده از آن می توان تشخیص داد

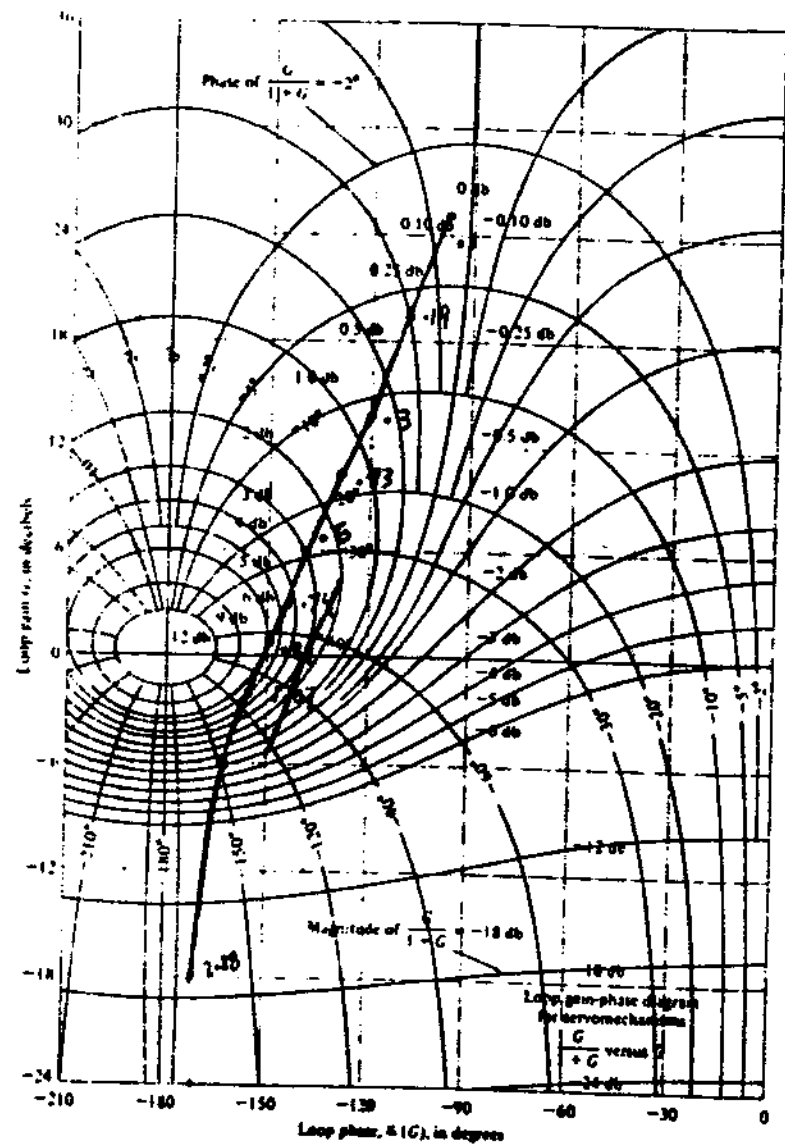
که میزنند باید $G_o(s)$ را در صورت لزوم تغییر دهیم تا بغیر مثال M_p مطلوب حاصل شود.

مثال ۴-۴: سیستم کنترلی زیر را در نظر بگیرید. با استفاده از دیالگرام میگز (بهره K را بگونه‌ای تعیین کنید تا M_p تقریباً ۱.۴ باشد.



شکل (۴-۴)

باری $k=1$ ، دیالگرام تغییر انداز - فاز $K(s)G(s)$ در شکل زیر رسم شده است. با توجه به



شکل (۴-۵)

شکل واضح است. M_{w} تقریباً 6 db بوده و در فرکانس 0.9 rad/sec اتفاق می افتد. البته در این مثال بعضی سادگی با استفاده از روابط (۴-۱۷)، (۴-۱۸) می توان M_{w} و ω را محاسبه کرد چون برای $k=1$ تابع تبدیل سیستم در فرکانس $\omega=1$ می باشد پس داریم $\omega=1$ و $M_{w}=0.26$ و با استفاده از روابط ذکر شده خواهیم داشت $M_{w}=1.99$ و $\omega=0.93$. توجه کنید که اگر بهره $k=1$ استفاده کنیم، آنگاه با مراجعه به شکل (۴-۱۵) واضح است که ما کمترین جیس به ورودی پله تقریباً 1.92 است و همپسور از روی دیگرام (۴-۱۱) مشخص است که حدناز ما فرضی $k=1$. 30 درجه و حد بهره از طرف مالا سی نهایت و از طرف پایین نیز صفر است . (حدناز محاسبه شده رای توان از روی شکل (۴-۸) را رابطه ۱۰۰۶ نیز تأیید نمود)

رای آینه M_{w} را به 1.4 (2.9 db) تقلیل دهیم . باید پاسخ فرکانس (۱۰۱) $K(1)$ را مقداری پایین بگیریم . با توجه به دیگرام شکل (۴-۱۱) واضح است که این دیگرام را باید به مقدار 6 db پایین بگیریم . پس $K=0.5$ (-6 db) انتخاب خواهیم کرد . در اینصورت حدناز سیستم 42 درجه بوده و ما کمترین جیس به ورودی پله (شکل (۴-۱۰)) نیز 1.27 خواهد بود .

۴-۶ - خلاصه

در این فصل رفتار بهره حلقه یک سیستم کنترلی ایده آل را مورد بررسی قرار دادیم و مشاهده کردیم که رای حلقه بایداری سیستم حلقه بسته با ورودی های مولد می . باید اندازه بهره حلقه را در فرکانس های بالا کنترل انتخاب کنیم . علاوه بر آن بایدیم که مفاهیم حدناز و حد بهره عمده معیارهایی مناسبی برای مقایسه کردن مقاومت یا پایداری سیستم در مقابل تغییرات پارامترهای مانند رانده مملوکس حدناز و ما کمترین جیس پاسخ پله سیستم حلقه بسته را نیز بر مبرم کردیم . رابطه ما کمترین جیس پاسخ پله سیستم حلقه بسته ما کمترین جیس پاسخ فرکانس سیستم حلقه بسته نیز به تفصیل مورد بررسی قرار گرفت و نشان دادیم که افزایش M_{p} با افزایش M_{w} همراه بوده و این رابطه نزدیک برای سیستم های مادره ای مالا تر از درجه دوم نیز برقرار است . همپسور ذکر کردیم که رفتار بهره حلقه در موالی فرکانس بسیار مهم بوده و تا حد امکان نباید خطا را با بسط های زیاد قطع نمود چون لب لب ها همگی حلقه سیستم خواهد شد . فرکانس ω نیز رابطه $\omega=1$ می باشد و اینها را باید سیستم حلقه بسته داشته و مرتب پاسخ سیستم حلقه بسته را تعیین می کند . در فصل بعد خواهیم دید که چگونه با انتخاب ضرایب مناسب می توان به اهداف ذکر شده در اینجا دست یافت .



فصل ۵

طراحی کنترل کننده در حوزه فرکانس

در فصل های قبل با ویژگی های یک سیستم کنترلی فوب آشنا شدیم. امروزه در قسمت (۴-۳) بر اساس معیارهای مختلف محدودده جایی از دیالرام بود اندازه ی پاسخ فرکانسی سیستم تعیین شد و هدف از طراحی کنترل کننده انتخاب $K(s)$ بلوکی است تا اندازه $G(s)G(s)$ دارد محدودده های مشخصه شده شود. در این فصل درباره حلونی انتخاب $K(s)$ بر اساس معیارهای مشخصه در حوزه فرکانس صحبت خواهیم کرد. تمرکز بیشتر ما در این فصل استفاده از موارد $K(s)$ های پیش فاز، پس فاز تقویت کننده و آنها خواهد بود و [۴] [۵] [۶] نیز به آن - برای مطالب این فصل توجه باشد.

۵-۱ - از جهات خاصی در پاسخ فرکانسی

بهترین انتخاب ممکنه برای کنترل کننده $K(s)$ ، یک تقویت کننده با بهره k باشد. به عبارت دیگر سفیدال خطا را تقویت کرده و به عنوان ورودی $u(t)$ به سیستم می کنیم. اگر کنترل کننده $K(s)$ فقط یک بهره خالی باشد، آنگاه فقطای تواند دیالرام $G(s)G(s)$ را بالا $(|k| > 1)$ و یا پایین $(|k| < 1)$ برد و اگر $k > 0$ باشد آنگاه فاز $G(s)G(s)$ ها را $G(s)G(s)$ بودن و تغییر نخواهد کرد. در بعضی از موارد می توان با استفاده از یک بلوکی دیالرام اندازه $G(s)G(s)$ را بلوکی ای بالا برد تا وارد نواحی یاد شده در این حال

۲

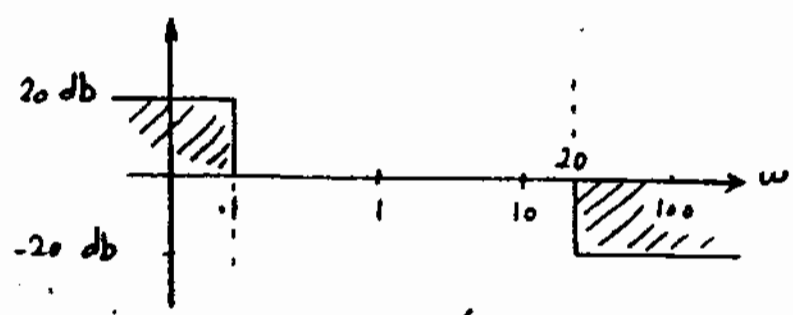
حذف مناسب نیز دست آورد. متأسفانه در بسیاری از موارد نمی توان با استفاده از یک بهره خالی تمام مزایای دلخواه را برآورده ساخت. بطور مثال افزایش بهره K با زیاد شدن فرکانس ω همراه است و فارسی بسیاری از سیستم ها در فرکانس های بالا آغوش ۱۸۰- درجه است و افزایش ω باعث کاهش حذف زوایا ناپایداری سیستم حلقه بسته خواهد شد. اشکال بهره خالی این است که تمامی فرکانسها را به یک مقدار تقویت یا تضعیف می کند و عمده مطلوب نقطه تقویت در یک محدوده فرکانسهای مناسب می باشد. برای روشن شدن مطلب به ذکر یک مثال خواهیم پرداخت.

مثال ۵-۱: در این مثال یک سیستم کنترل مکان برسد موتور DC را مورد بررسی قرار خواهیم داد. سیستم شکل (۲-۳) را در نظر بگیرید. در اینجا $G(s)$ ناپایداری تابع تبدیل یک موتور DC می باشد. ورودی $u(s)$ و ناپایداری سیستم بیج آر میسر و $\gamma(s)$ زاویه شفت موتور می باشد. تابع تبدیل موتور هدایت زیر است:

$$G(s) = \frac{0.2}{s(s+1)} \quad (5-1)$$

در این مسئله فرض می کنیم که زاویه شفت موتور برسد یک ثانیه انداز تقریبی شده و سپس از تقویت از زاویه دلخواه شفت موتور تقویت شده (بهره K) در دو سر سیستم بیج آر میسر اعمال می شود. در اینجا $\gamma(s)$ خواهم استیالهای سینوسی با فرکانس کمتر از 0.1 rad/sec را با مدالز (تقریباً) 10 خطا مثال کنیم و حذف سیستم نیز 45 درجه باشد. علاوه می خواهیم اندازه بهره حلقه در فرکانسهای بالاتر از 20 rad/sec کمتر از 10 (بناظر در حد خطاهای مدل سازی در فرکانسهای بالا).

با توجه به مشخصات مسئله، محدوده های فرکانس پایین را بالا هدایت شکل زیر خواهد بود:



شکل (۵-۱)

باسف فرکانسی سیخ (1) در شکل (5-2) رسم شده است. مانند سایر امپدانس‌ها واضح است که فاز (1) در فرکانس (rad/sec) تقریباً 135- درجه می‌باشد و از این فرکانس را فرکانس گذر قرار دهیم. آنگاه حد فاز 45 درجه خواهد بود. با توجه به دیگرام اندازه، اندازه (1) در فرکانس (rad/sec) تقریباً 0.1414 است پس از

$$K(s) = \frac{1}{0.1414} = 7.07 \quad (5-2)$$

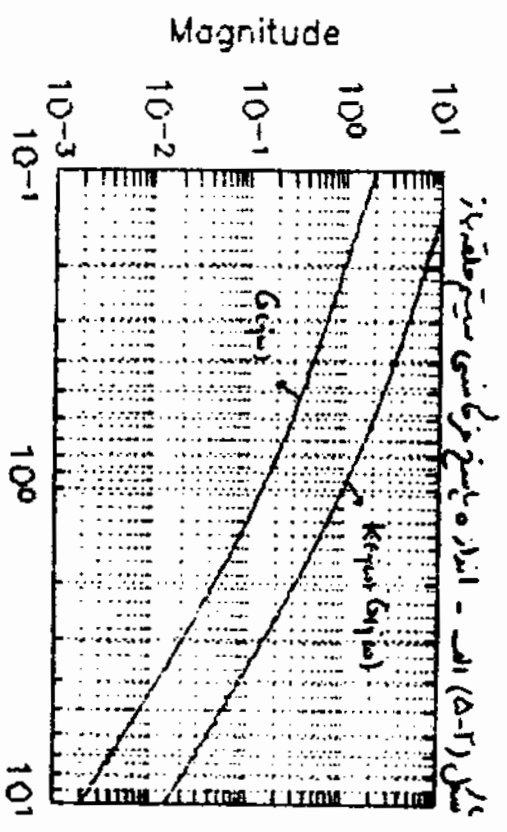
انتخاب کنیم. آنگاه فرکانس گذر 0.5db $K(s)G(s)$ برابر (rad/sec) 1 شده و حد فاز نیز 45 درجه خواهد شد. باسف فرکانسی (1) نیز در شکل (5-2) رسم شده است. خوشبختانه در این مسئله با انتخاب $K(s)$ صورت (5-2) اندازه باسف فرکانسی (1) $G(s)$ دارد محدوددهایی که در شکل (5-1) مشخص شده نخواهد شد و شرایط مطلوب ذکر شده برآورده خواهد شد.

با این انتخاب $K(s)$ تابع تبدیل سیخ حلقه بسته از ورودی ممانه خودی که آنرا با $G_{ry}(s)$ می‌نویسند فراهم داد بصورت زیری باشد

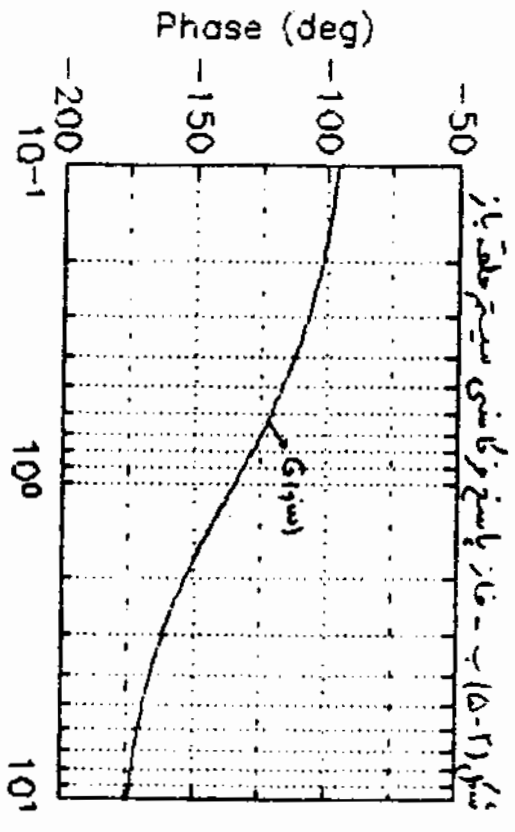
$$G_{ry}(s) = G_c(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)} = \frac{1.414}{s^2 + s + 1.414} \quad (5-3)$$

باسف بلده $G_{ry}(s)$ در شکل (5-3) رسم شده است. توجه کنید چون حد فاز 45 درجه است پس با استفاده از (5-14) داریم $\omega = 0.45$ و با مراجعه به شکل (5-10) خواهیم داشت $M_{pe} = 1.21$ و یا به عبارت دیگر ما لزیم بیش تقریباً 21٪ می‌باشد. البته در این مسئله مجبوری با استفاده از تابع تبدیل سیخ حلقه بسته سادگی می‌توان M_{pe} دقیق تر بدست آورد و امتیاهی در رسم باسف بلده می‌باشد ولی اگر به شکل (5-3) مراجعه کنیم خواهیم دید که ما لزیم بیش تقریباً 23٪ است. علاوه بر زمان نشست باسف بلده در این شکل تقریباً 7.5 ثانیه است. (مقدار دقیق زمان نشست را می‌توان سادگی از روی (5-15) محاسبه کرد و این زمان 8 ثانیه می‌باشد.)

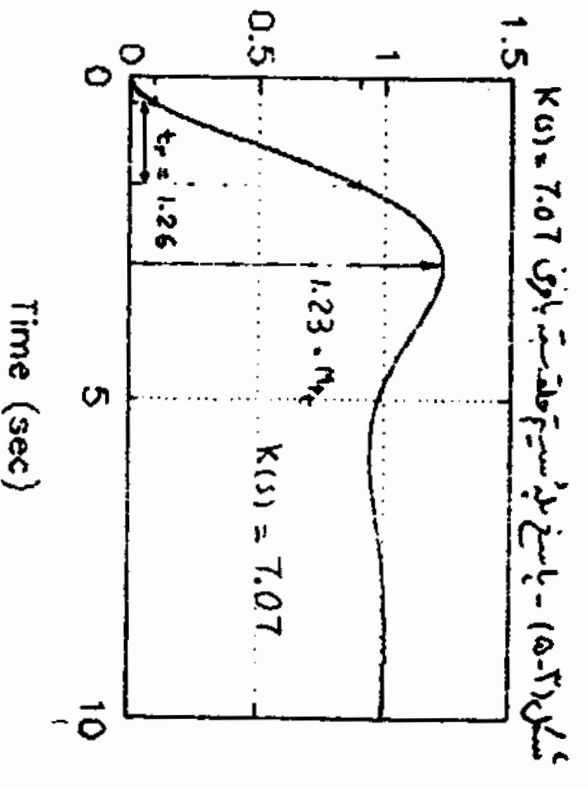
زمان صدور باسف بلده نیز از روی شکل (5-3) برابر 1.26 ثانیه تعیین زده می‌شود. در این مثال ω_c منظور که گفته شده (rad/sec) 1 است و با استفاده از رابطه تقریبی $\omega_{pe} = 1.5$ خواهیم داشت که یعنی باند سیخ حلقه بسته تقریباً (rad/sec) 1.5



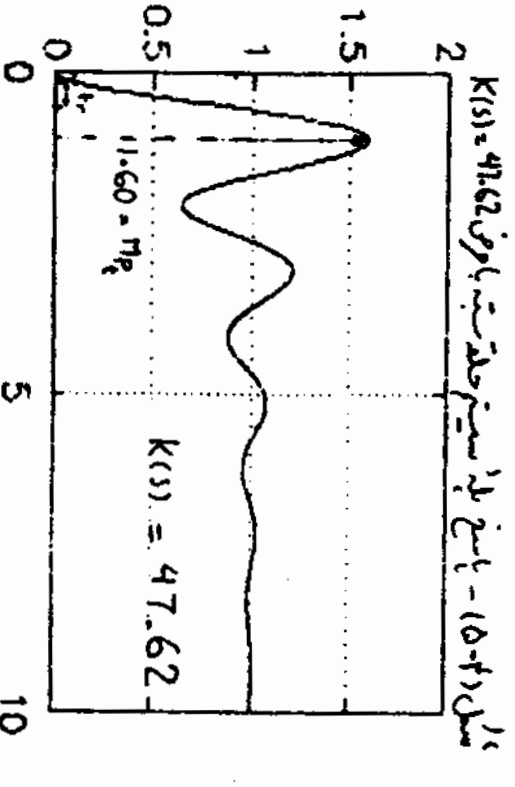
w (rad/sec)



w (rad/sec)



Time (sec)



Time (sec)

در این مرحله در (۴-۲۶) داریم

$$t_2 = \frac{2.2}{\omega_2} = \frac{2.2}{1.5} = 1.46 \quad (5-4)$$

این مقدار نزدیک به مقدار ۱.۲۶ ثانیه که قبلاً ذکر کردیم می‌باشد.

پایسج فرکانسی سیتم حلقه بسته را نیز بدست آورده و در شکل (۵-۵) رسم کرده ایم. از روی این شکل واضح است که پهنای باند تقریباً 1.6 (rad/sec) بوده و ماکزیم مقدار پایسج فرکانسی نیز ۱.۳۱ است. البته با استفاده از رابطه تقریبی (۴-۱۶) که در زیر آورده است - داریم:

$$H_{\omega} = \frac{1}{2 \sin \frac{\phi}{2}} = \frac{1}{2 \sin \frac{45}{2}} = 1.31 \quad (5-5)$$

و این مقدار بسیار نزدیک به مقدار ۱.۳۱ شده قبلی می‌باشد.

در این مثال اگر $\omega = 3 \text{ (rad/sec)}$ تقریباً 3 (rad/sec) عدد و حدفاصل همان مقدار ۶۵ درج باقی بماند نمی‌توانیم فعلاً از بهره خالی K استفاده کنیم. چون بی انجام این عمل در قسمت بعد مایش داده شده است.

در ادامه فرض کنید که هدف انتخاب $K(s) = K$ پهنای باند تا فرکانس $\omega = 3 \text{ (rad/sec)}$ شود. ما توجه به شکل (۵-۳) اندازه $G(1) = 3 \text{ (rad/sec)}$ تقریباً ۰.۵۲۱ است. پس ما انتخاب

$$K(s) = \frac{1}{0.521} = 47.62 \quad (5-6)$$

فرکانس گذر $G(1) = 3 \text{ (rad/sec)}$ همان $K(1) = 3 \text{ (rad/sec)}$ خواهد شد. البته حدفاصل در این صورت

۲۰ درج تقبیل خواهد یافت و پایسج پهنای سیتم حلقه بسته را نیز خواهد بود پایسج پهنای سیتم حلقه بسته با پهنای گذر $(5-6)$ - شکل (۵-۴) رسم شده است. توجه کنید که زمان صعود پایسج پهنای گذر $\frac{1}{3}$ مقدار قبلی (یعنی تقریباً ۰.۴۲ ثانیه) تحلیل یافت است. البته این به دلیل دراز شدن فرکانس ω (یا تقریباً ۳ برابر شدن ω) می‌باشد. در زمان شست پایسج پهنای تغییر کرده است. البته بدعتت کاهش حدفاصل (و در نتیجه کاهش

تقریباً ۰.۲) با مراجعه به شکل (۴-۱۸) داریم

$$t_2 \omega_2 = 20$$

$$t_3 = 6.7$$

(۵-۷)

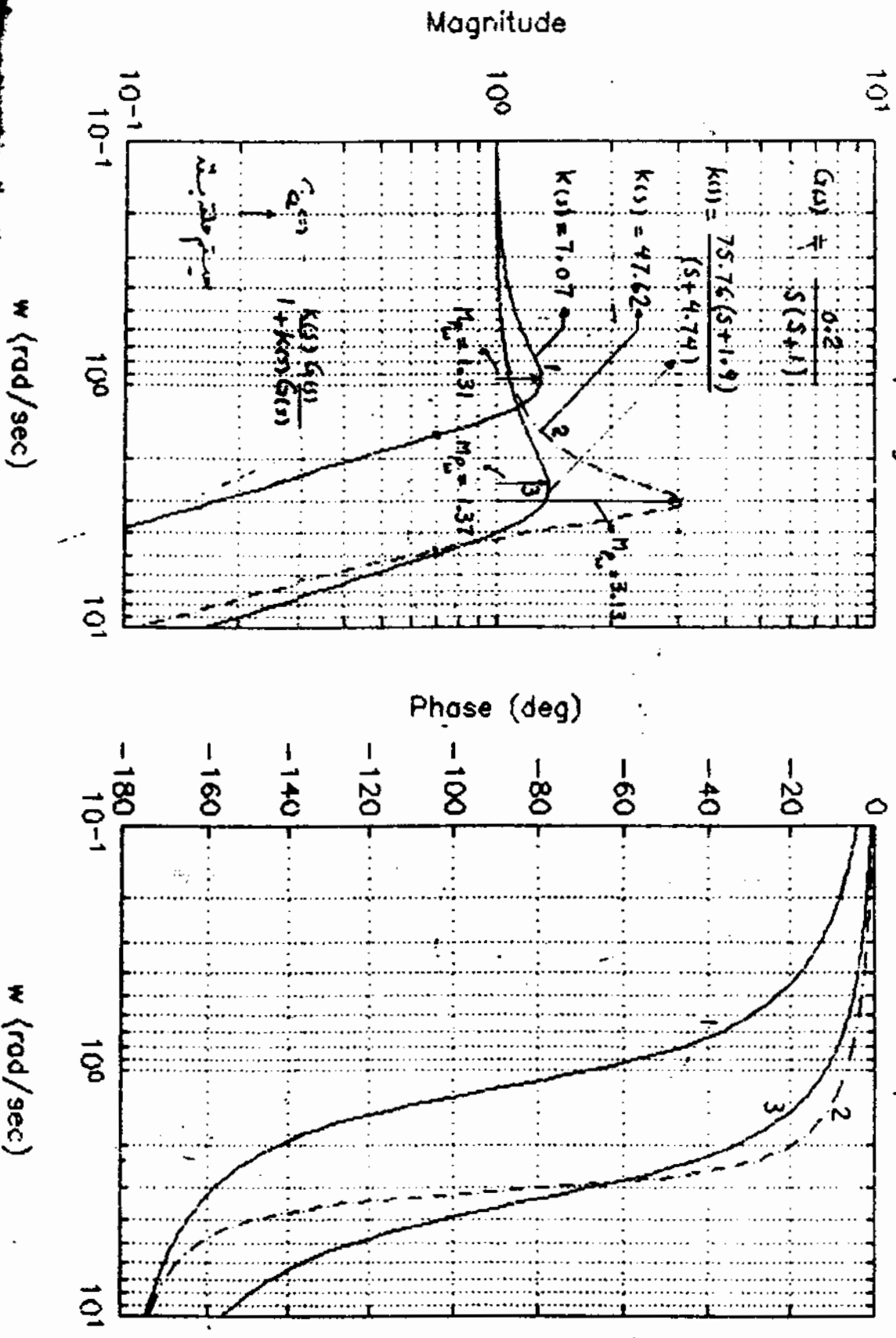
شکل (۵-۵) پاسخ فرکانسی سیستم عملکرد

الف) ویلیم اندازه

ب) ویلیم فاز

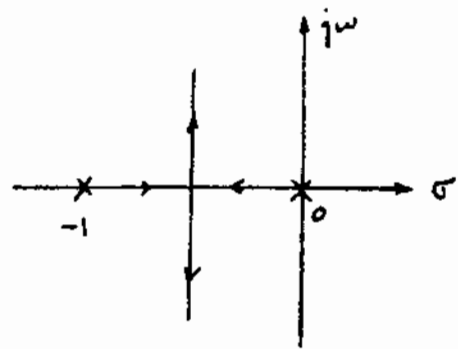
Closed Loop Magnitude

Closed Loop Phase



روی شکل (۵-۴) تقریباً همان مقدار 7.5 ثابته فعلی الت وسطی رود

زمان نسبت با افزایش بهره K ثابت مانده الت. این مطلب را می توان با استفاده از دیاگرام مکان ریسه های زیر سادگی توضیح نمود



شکل (۵-۲) - طولی تغییر قطب های سیستم حلقه بسته با بهره K (K > 0)

باتوجه به شکل واضح الت که با افزایش بهره قطب های سیستم هموار برار 1/2 بوده (برای مقادیر مختلف بهره K) پس زمان نسبت نیز تقریباً $8 = 4/0.5$ ثابته خواهد بود.

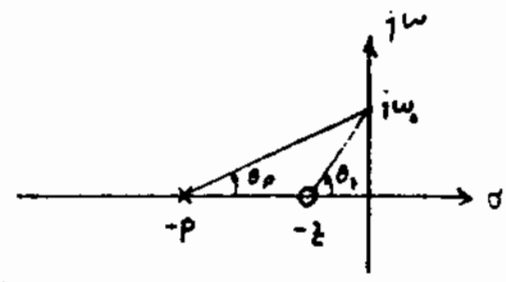
با سطح فرکانسی سیستم حلقه بسته مانند لگ شده (۵-۶) نیز در شکل (۵-۵) رسم نمود الت. در علت کاهش حدناز به 20 درجه H_{dB} افزایش محسوس دالتت به 3.13 رسیده الت. همچنین بهای باید لگ سیستم حلقه بسته نیز تقریباً همان 1.5 یعنی 4.5 (rad/sec) الت. (با سطح فرکانسی سیستم حلقه بسته هم فارو هم اندازه) دقیقاً تود کینه.

۵-۲ - جبران کننده پیش فاز

در این قسمت درباره فیلترنی استفاده از جبران کننده پیش فاز (Lead Compensator) می بینیم رفتار پاسخ فرکانسی سیستم صحبت خواهیم کرد. به طور کلی به مداری که تابع تبدیلی سرعت زیر دالتت مانند یک جبران کننده پیش فاز لغتی شود

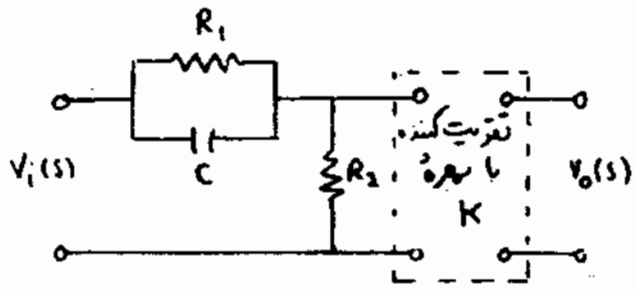
$$K(s) = K \frac{s+z}{s+p}, \quad p > z > 0 \quad (5-8)$$

شکل (۵-۷) آمده الت. همانطور که واضح الت جبران تابع تبدیل از قطب آن - محور سز نزدیک ترمی باشد و چون در این شکل θ همواره از 0 بزرگتری باشد پس فاز $K(j\omega)$ همواره مثبت بوده و این علت آن پیش فاز می شوند.



شکل (۵-۷) - صفر و قطب جبران کننده پیش فاز

یک مدار الکترونیکی نزدیکه رفتار پیش فاز دارد در شکل زیر آمده است:



شکل (۵-۸) - مدار الکترونیکی صبران کننده پیش فاز

تایع تبدیل این مدار بصورت زیر است

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = K \frac{1 + \alpha T s}{\alpha(1 + T s)} = K \frac{s + 1/\alpha T}{s + 1/T} = K \frac{s + z}{s + p} \quad (5-9)$$

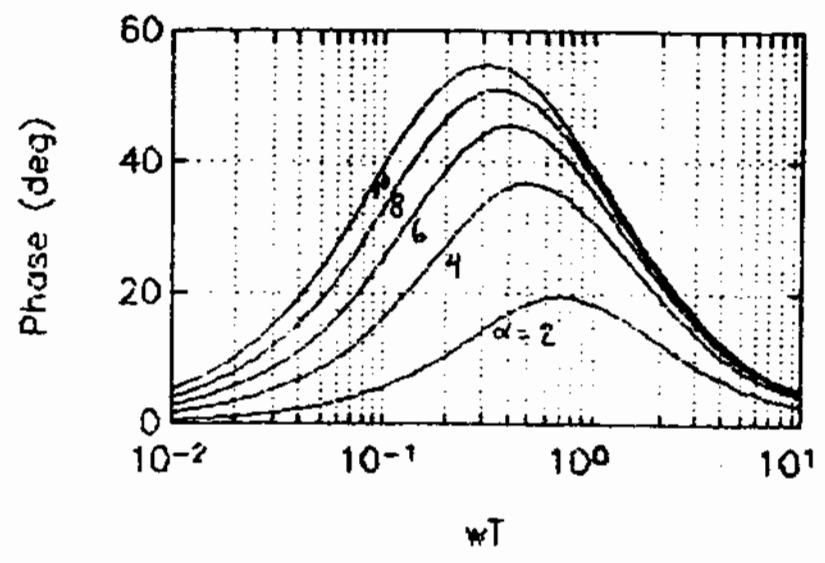
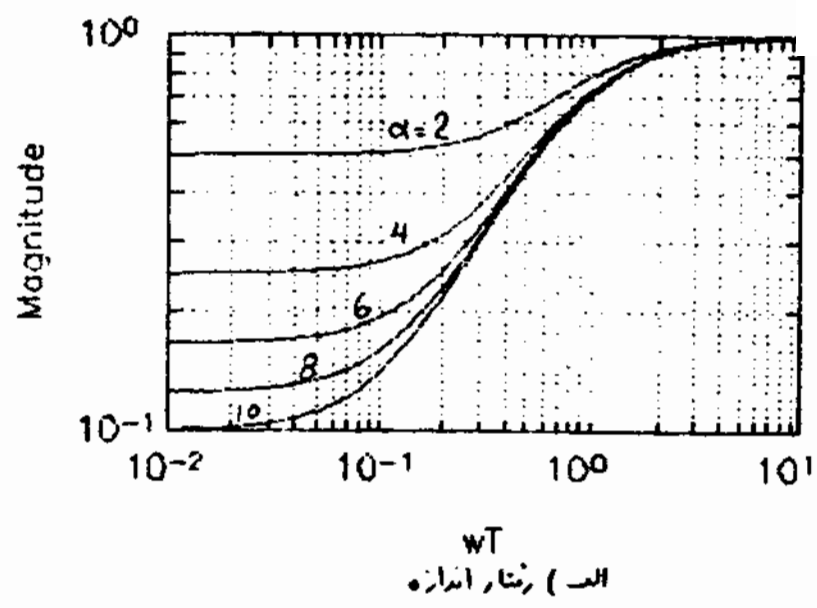
که در اینجا α و T بصورت زیر تعریف شده اند

$$T \triangleq \frac{R_1 C}{\alpha}, \quad \alpha \triangleq \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1 \quad (5-10)$$

عموماً تایع تبدیل جبران کننده پیش فاز بدون بهره اضافی K را با $\bar{K}(s)$ نمایش خواهیم داد، یا بصورت دیگر

$$\bar{K}(s) = \frac{s + 1/\alpha T}{s + 1/T} \quad (5-11)$$

بایست فرکانسی $\bar{K}(s)$ برای چند مقدار α در شکل (۵-۹) آمده است. توجه کنید که رفتار اندازه $\bar{K}(s)$ عمده متنوعه مطلوب جبران کننده نیست (چون فرکانسهای پایین را تضعیف کرده ولی فرکانسهای بالا را دست نمی زند و این عمده مطلوب نمی باشد) بلکه رفتار فاز آن، رفتار مطلوب می باشد.



شکل (۵-۹) - بلنچ فرکانسی میرا کنده پیش فاز برای مقادیر مختلف α
 سادگی تران شان داد که مقدار فاز ماکزیم در فرکانسی که واسفاد هندسی صفر و قطب
 آن کنده می باشد اتفاق می افتد به عبارت دیگر از فرکانسی ما ماکزیم را باید فایس دهیم

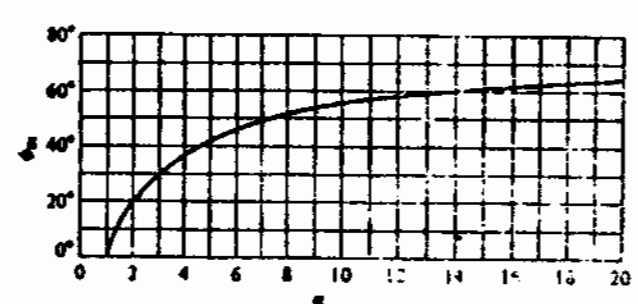
$$\omega_m = \sqrt{\xi p} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}$$

کنده از مقدار فاز ماکزیم را با ϕ_m نمایش دهیم، آنگاه تران شان داد [۲]:

$$\sin \phi_m = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

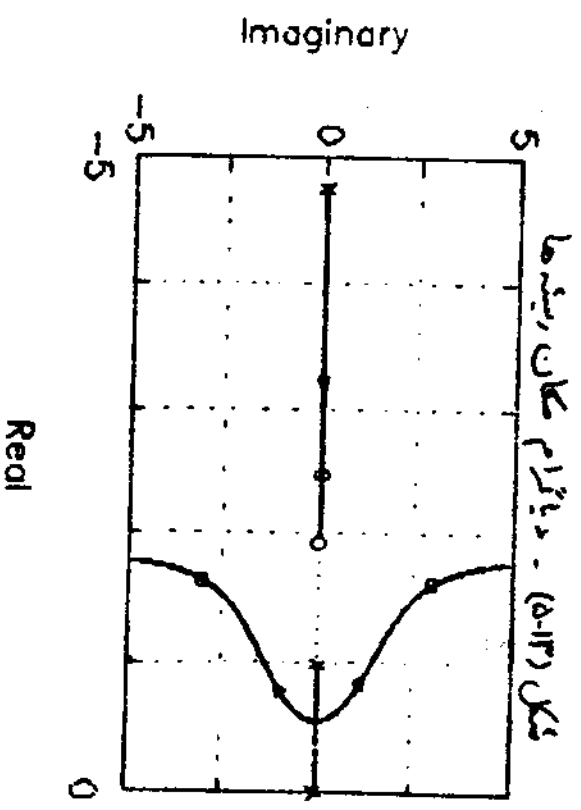
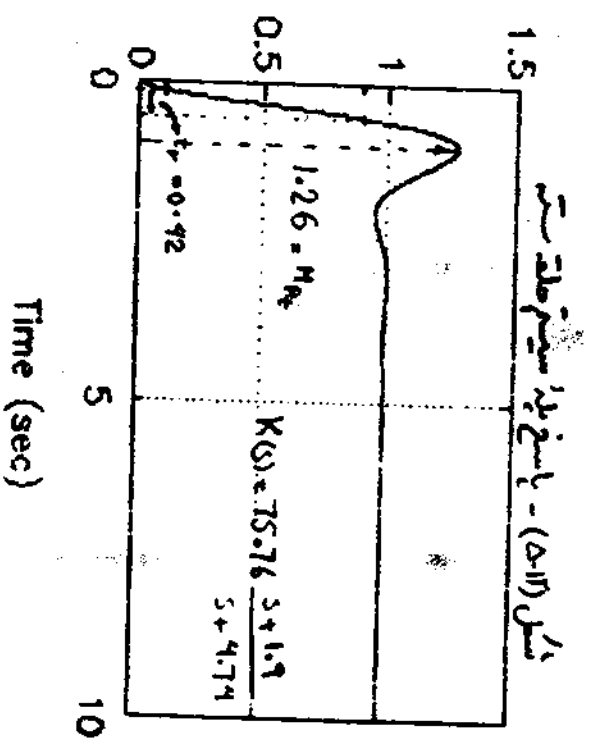
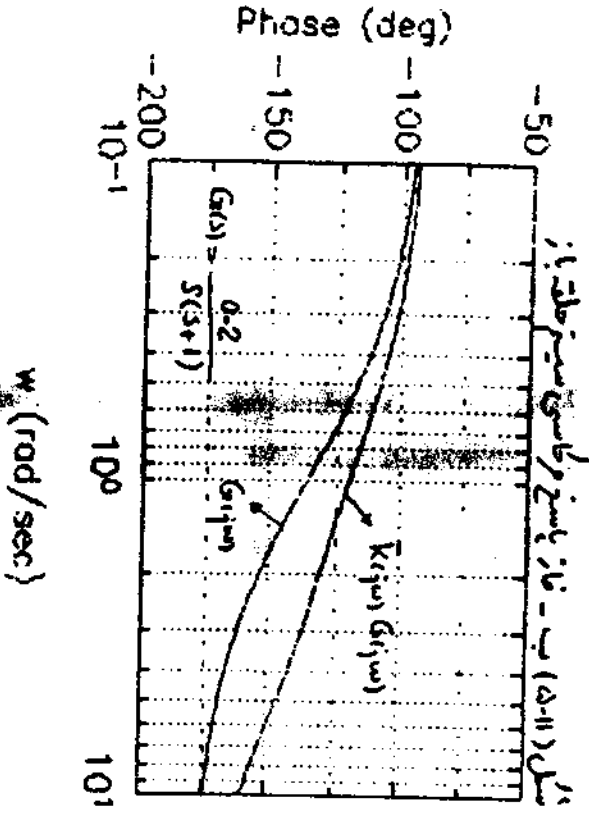
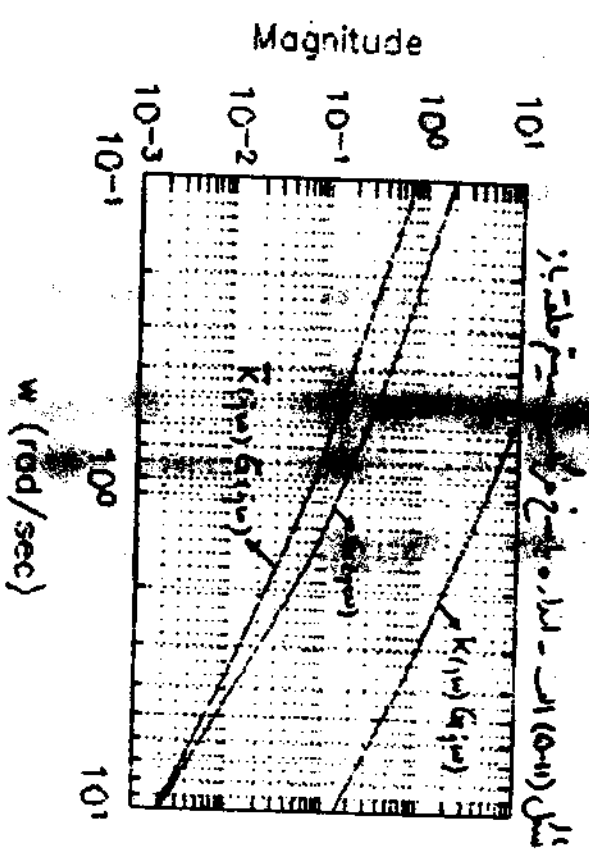
بلا (۵-۱۲) در (۵-۱۳) بسیار هم برده و مهمتین مشخصه های تران کنده پیش فازی بالکنده

ناتود - رابط (۱۳-۵) واضح است که مقدار ساکریم فارمزان کنده بیش فاز مقدار است قب
 - صف ($\alpha = \frac{P}{4}$) شش دارد. جلد می تغییرات ϕ بصورت تابعی از α در شکل (۵-۱۰) (۵-۱۰)
 رسم شده است. همانطور که از این شکل مشهود است، از یک میزان کنده بیش فاز حداقل
 حدود ۶۰ تا ۷۰ درصد فاز مثبت می توان گرفت. علاوه بر این $\alpha = (R_1 + R_2) / R_2$ ، برای اینکه
 مقادیر R_1, R_2 مقادیر مقبولی داشته باشند، α را نباید بیش از حد بزرگ انتخاب نمود.
 عموماً پس از آنکه که α از ۱۵ کوچکتر استغناء کرد.



شکل (۵-۱۰) - جلد می تغییرات فارمزان کنده بیش فاز با α [۶]
 از در طی رابط غزالی سیمی از ۶۰ درصد فاز مثبت (α بزرگتر از ۱۵) احتیاج باشد می توان
 از ۲ یا چند میزان کنده بیش فاز که به یکدیگر متصل شده اند استفاده کرد.
 از جریان کنده بیش فاز برای بهبود رفتار پاسخ فرکانسی در حوالی فرکانس $\omega = \omega_c$ و
 افزایش حدفاز و بهبود پاسخ زمان سیستم استفاده می شود. همانطور که قبلاً ذکر شد، افزایش
 سرعت سیستم و بالا بردن پهنای باند با استفاده از یک بهره خالی K عمیقاً با کاهش حدفاز همراه
 است و از میزان کنده بیش فاز برای بهبود حدفاز می توان استفاده کرد. در ادامه به ذکر یک
 مثال درباره چگونگی استفاده از میزان کنده بیش فاز خواهیم پرداخت.

مثال ۵-۲: مثال (۵-۱۰) را دوباره در نظر بگیرید. فرض کنید علاوه بر مشخصات قبلی
 مطلوب افزایش سرعت سیستم و داشتن $\omega_c = 3$ (rad/sec) باشد؛ البته حدفاز سیستم
 نیز همان ۴۵ درجه بای باشد.
 در قسمت قبل مشاهده کردیم که با استفاده از بهره خالی K می توان $\omega_c = 3$ در حدفاز ۴۵
 در $\omega_c = 3$ در حدفاز ۴۵ در $\omega_c = 3$ در حدفاز ۴۵



شده است فقط 20 دره می باشد. برای افزایش حدفاصل می توان از یک فلان کننده پیش فاز استفاده کرد. در ابتدا باید سیم کبب فید دره فاز مثبت امتیاج است. اگر فاز ماژولم فلان کننده پیش فاز را در 3 (rad/sec) قرار دهیم، آنگاه واضح است که مقدار این فاز ماژولم اقل از 25 دره باشد تا حدفاصل مطلوب 45 دره حاصل شود. (عموماً در عمل برای محافظه کاری مقدار فاز مثبت مورد نیاز را کمی بیشتر از مقدار مورد نیاز انتخاب می کنند.) با داشتن فاز ماژولم مورد نیاز (ϕ_m) با استفاده از رابطه (5-13) می توان α را محاسبه نمود:

$$\sin 25^\circ = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

$$\Rightarrow \alpha = 2.464 = 2.5 \quad (5-14)$$

در قدم بعد فرکانس فلان ماژولم را بر روی فرکانس ω مورد نیاز قرار می دهیم. با استفاده از (5-12) داریم

$$\omega_m = \sqrt{2p} = \frac{1}{T\sqrt{a}} = 3 \text{ rad/sec}$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{T^2} = 4.74 \quad (5-15)$$

پس قطب در این کلمه در 4.74 خواهد بود. با داشتن p با داشتن ω می توان z را به دست آورد

$$z = \frac{p}{\omega} = \frac{4.74}{2.5} = 1.90 \quad (5-16)$$

با محاسبه z, p ، $K(s)$ که در (5-11) ترتیب شده است کاملاً مشخص می شود:

$$K(s) = \frac{s + 1.90}{s + 4.74} \quad (5-17)$$

سپس فرکانس ω را با $K(s)$ همراه با پاسخ فرکانس $G(s)$ در شکل (5-11) رسم شده است. توجه کنید که فاز ϕ در فرکانس ω در فرکانس 3 (rad/sec) برابر 435 دره می باشد. برای این فرکانس ω فرکانس ω در 5 db قرار دهیم حدفاصل مطلوب بدست خواهد آمد. در قدم بعد اندازه K را در فرکانس 3 (rad/sec) محاسبه می کنیم. با ترتیب شکل (5-11) داریم

$$|K(s)G(s)|_{\omega=3} = 0.0132 \quad (5-18)$$

پس اگر $K(s)G(s)$ را در یک بهره

$$k = \frac{1}{0.0132} = 75.76 \quad (5-19)$$

فید کنیم آنگاه فرکانس ω در 5 db مقدار دلخواه 3 (rad/sec) خواهد شد. پس فلان کننده

بهای صورت

$$k(s) = k \bar{k}(s) = 75.76 \frac{s+1.90}{s+4.74} \quad (5-20)$$

خواهد بود. پاسخ فرکانس $k(s)$ در شکل (۵-۱۱) رسم شده است. علاوه پاسخ
رگامی سیتم حلقه بسته با استفاده از همان کننده (۵-۲۰) را نیز در شکل (۵-۵) رسم کرده ایم
ماترود بر این شکل بهای ماند سیتم حلقه بسته تقریباً 4.8 (rad/sec) و مقدار ماکزیمم پاسخ فرکانسی
سیتم حلقه بسته نیز 1.37 است. توجه کنید که در این حالت نیز ω به مقدار $\omega = 1.5$ نزدیک
موده و مقدار ماکزیمم پاسخ فرکانسی نیز 1.37 است.

$$\frac{1}{2 \sin \frac{\phi}{2}} = \frac{1}{2 \sin 22.5} = 1.31 \quad (5-21)$$

ردیف است (-) را بعد (۴-۱۶) مراجعه کنید.

پاسخ بله سیتم حلقه بسته را نیز در شکل (۵-۱۲) رسم کرده ایم. ماترود به شکل ماکزیمم مقدار
پاسخ بله سیتم 1.26 است که از شکل (۴-۱۰) مراجعه کنیم به مقدار ماکزیمم جیس برای
 $\phi = \frac{\phi}{100} = 0.45$ (۱.۲۱) نزدیک می باشد. البته توجه کنید که شکل های (۴-۸) و (۴-۱۰) مازنی
سیتم درجه دوم رسم شده است و سیتم مورد بحث این مثال پس از افزودن جبران کننده
درجه ۲ پیورده ولی با این وصف روابط بدست آمده برای سیتم درجه دوم در اینجا نیز تقریباً
صادق است.

توجه بسیار جالب این است که رابطه تطابق بین M_p و M_p که در شکل (۴-۱۰) آمده

است عمده برقرار است. در این مثال اگر به شکل (۴-۱۰) توجه کنیم خواهیم دید که $M_p = 1.37$
و $M_p = 1.26$ هر دو تقریباً برای $\phi = 0.4$ اتفاق می افتند. پس نسبت میرایی قطب مزد
در این مثال تقریباً 0.4 است نه 0.45 که از روی مدار محاسب می کنیم.
زمان نوسان پاسخ بله سیتم حلقه بسته را نیز از روی شکل (۵-۱۳) محاسبه کردیم:

$$t_r = 0.42 \text{ ثانیه} \quad (5-22)$$

و این مقدار به $\frac{2.2}{4.8} = \frac{2.2}{\omega_n} = 0.46$ نزدیک می باشد.

زمان نشست سیتم نیز تقریباً 2.4 ثانیه است که با مقدار تقریبی محاسب شده از روی شکل

$$(4-18) \quad t_s = \frac{8}{\zeta} = 2.6 \text{ ثانیه} \text{ دارد. در اینجا هم به شکل های (۵-۱۳) و}$$

پیش مار نه تنها زمان موایسغ را کم کرده ایم بلکه زمانه کرداری نسبتاً خاصی نیز برای واضح بله
 حاصل شده و رفتار نوسانی نه در شکل (۵-۴) مشاهده می کنیم زیرا وجود ندارد.
 البته بهای پرداخت شده برای امرایشی سرعت سیستم استعانه سینه از ورودی سیستم
 یعنی $u(+)$ می باشد. برای تعیین این مطلب ورودی سیستم $u(+)$ را بران ورودی
 منای $(f(+))$ بپردازد برای همان کسده $K(s) = 7.07$ و $K(s) = \frac{75.76(s+1.9)}{(s+4.74)}$
 به ترتیب در شکل های (۵-۱۴) و (۵-۱۵) رسم کرده ایم. واضح است که در شکل (۵-۱۵) ورودی
 $u(+)$ مقادیر برای بزرگتری نسبت به شکل (۵-۱۴) اختیار می کند. البته افزایش سینیال
 کنترلی اعمال شده با افزایش بهیای ماند را قبلاً در (۴-۲۴) پیش بینی کرده بودیم.
 از امتسای بپردازد ورودی خودی سیستم برای همان کسده

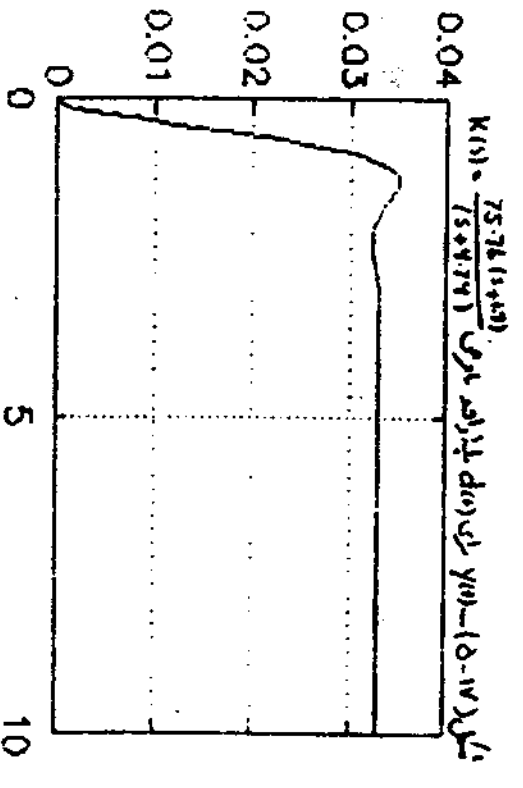
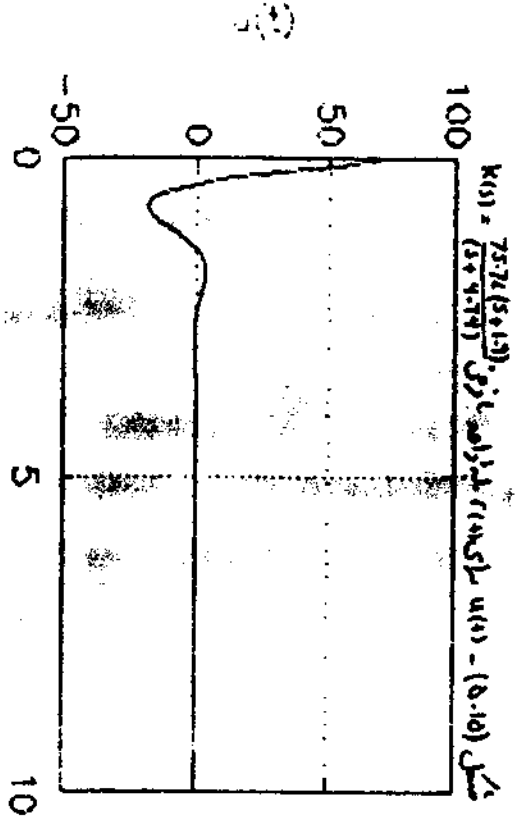
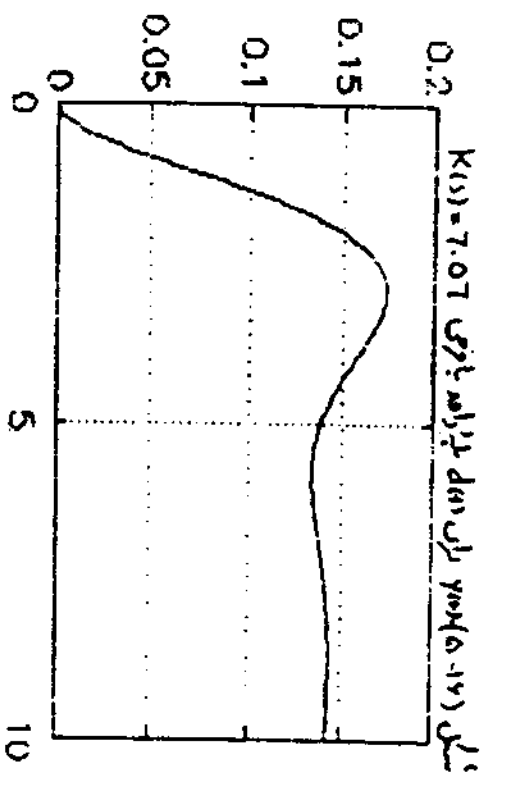
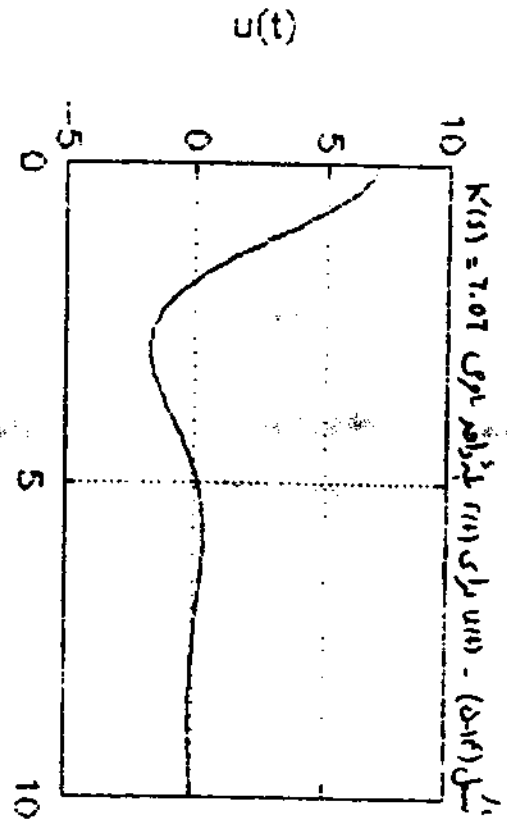
$K(s) = 7.07$ و $K(s) = \frac{75.76(s+1.9)}{(s+4.74)}$ در ترتیب در شکل های (۵-۱۶) و (۵-۱۷)
 رسم شده است. البته چون اندازه جریان کسده پیش فاز در زمانهای پایین از اندازه
 بهره 7.07 بزرگتر است پس انتظار داریم (راغباً (۱۳-۲۵) که از امتسای ورودی خودی
 با استفاده از همان کسده پیش فاز کسده بهره 7.07 در حالت ماندگار باشد.

در اینجا دیالگرام مکان ریشه ها را در حالتی که از همان کسده پیش فاز استفاده
 شد در شکل (۵-۱۳) رسم کرده ایم. در این دیالگرام در حقیقت فرض کرده ایم
 $K(s) = k \frac{s+1.9}{s+4.74}$ و محل قطب های سیستم حلقه بسته را برای مقادیر مختلف بهره k
 رسم شده اند تقابلی که با k مخفی شده اند محل قطبهای سیستم حلقه بسته برای $k=75.76$
 می باشد. تابع تبدیل سیستم حلقه بسته با این بهره k بصورت زیر فراموش کردیم:

$$G_{cl}(s) = G_{ol}(s) = \frac{15.15(s+1.9)}{(s+2.43)(s+1.655 \pm j3.018)} \quad (5-23)$$

توجه کنید که همانطور که در قسمت (۱-۲) دان شده کردیم، صورهای سیستم تحت فیدبک واحد عمومی
 می شوند پس صور سیستم حلقه بسته همان صور همان گند خواهد بود. ما توجه به محل قرارگیری
 صور قطبهای سیستم حلقه بسته واضح است که به علت نزدیکی قطبهای درجه اول دوم می توان
 گفت که کدامیک از آنها مؤثر خواهد بود (برای بحث درباره قطبهای مؤثره فضل را مراجعه کنید).

۱- در این کتاب $s + \sigma \pm j\omega$ نمایانگر فیدبکهای درجه دوم است که در اینجا $\sigma = -5$ و $\omega = 3$ می باشد.
 عبارت دیگر $(s + \sigma + j\omega)(s + \sigma - j\omega) = (s + \sigma)^2 + \omega^2 = s^2 + 2\sigma s + \sigma^2 + \omega^2$

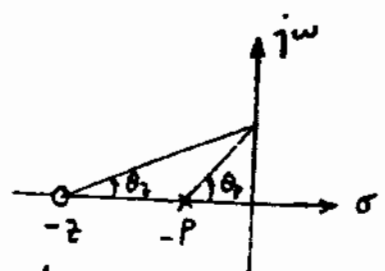


۵-۳ - جبران کننده پس فاز

در این قسمت درباره استفاده از جبران کننده پس فاز (Lag Compensator) برای تغییر رفتار پاسخ رگاسی سیستم صحبت خواهیم کرد. به طور کلی مدارهای که تابع تبدیلی صورت زیر داشته اند، جبران کننده پس فاز گفته می شود:

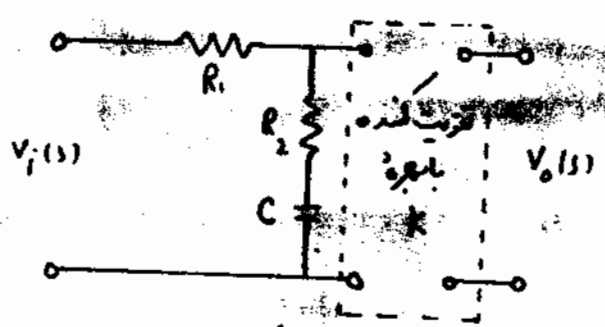
$$K(s) = K \frac{s+z}{s+p}, \quad z > p > 0 \quad (5-24)$$

محل قرارگیری صفر و قطب این تابع تبدیل در شکل (۵-۱۸) آمده است. همانطور که واضح است قطب این تابع تبدیل از محور $j\omega$ به محور σ نزدیکتر می باشد و چون در این شکل θ_p همواره از θ_z بزرگتر است پس فاز $K(s)$ همواره منفی بوده و بیان مکتب آن پس فازی گویند.



شکل (۵-۱۸) - محل صفر و قطب جبران کننده پس فاز

یک مدار الکتریکی نمونه که رفتار پس فاز دارد در شکل زیر آمده است:



شکل (۵-۱۹) - مدار الکتریکی جبران کننده پس فاز

تلف تبدیل این مدار به صورت زیر است:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = K \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts} = \frac{K}{\alpha} \frac{s+1/T}{s+1/\alpha T} = \frac{K}{\alpha} \frac{s+z}{s+p} \quad (5-25)$$

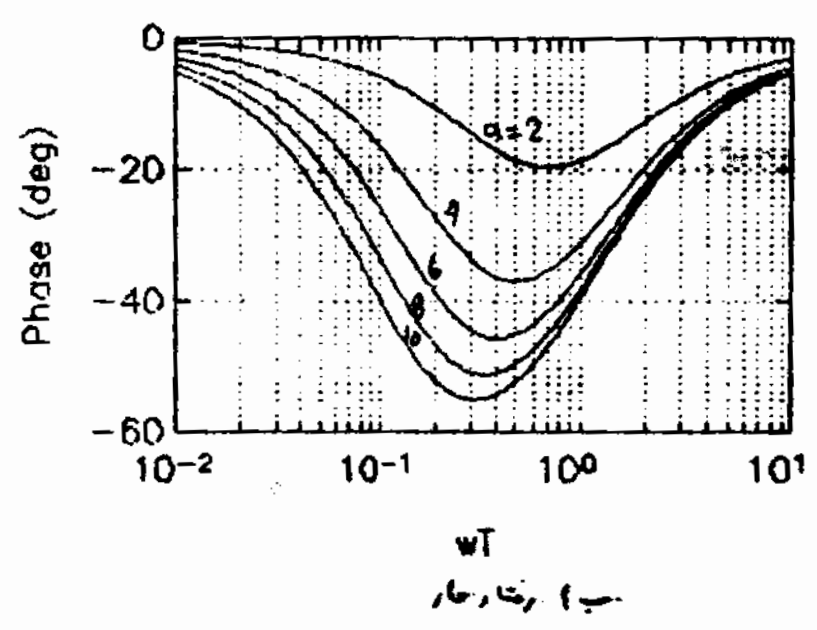
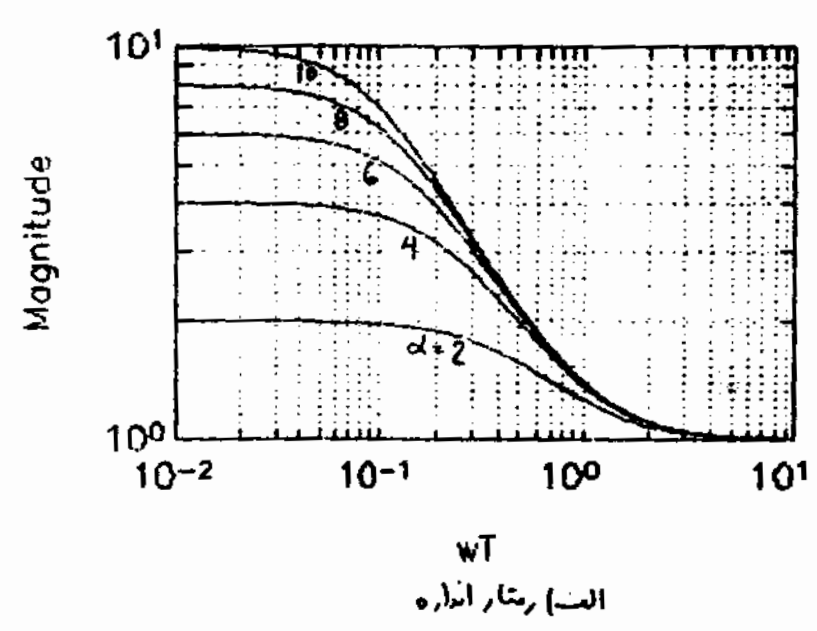
که در اینجا T و α به صورت زیر تعریف شده اند:

$$T = R_2 C, \quad \alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1 \quad (5-26)$$

در اینجا تابع تبدیل فرکانس نازک درون بوه $\frac{K}{s}$ را با $K(s)$ نمایش و اهم داد

$$K(s) = \frac{s+1/T}{s+1/dT} \quad (15-27)$$

سبع و کاسی $K(s)$ را می بیند مقدار α در شکل (15-20) رسم شده است. توجه کنید که $K(s)$ فرکانسهای پایین را تقویت می کند ولی فرکانسهای بالا را بدون تغییر از مرز عبوری دهد. منظور دافنغ است این رفتار اندازه منتهی ای است که عملاً مورد نظر می باشد و با استفاده از آن می توان دینام بود در فرکانسهای پایین به مقدار $\alpha = \frac{2}{p}$ برگ کرد بدون آنکه تغییری در رفتار پاسخ فرکانسهای بالا حاصل شود. توجه کنید که در فرکانسهای پایین نازک درون بوه $\frac{K}{s}$ عامل تا مغلوب برده و عملاً حکمیت نمایان سازد و از رفتار



حران کنده استفاده می‌کنیم. البته عمده حران کنده پیش طرز، مقدار عارضه منحنی (مطابق) حران کنده پس فاز در $\sqrt{2}P$ اتفاق می‌افتد. از حران کنده پیش فاز برای بالارزون دقت نسبی در دین کردن ورودی مساوی افزایش نزدیک خط باشد k_p ($K(s) G(s)$) $\lim_{s \rightarrow 0} s k_p$ $\lim_{s \rightarrow 0} s K(s) G(s)$ k_v $\lim_{s \rightarrow 0} s K(s) G(s)$ و نیز به دور استفاده می‌شود. البته برای اینده فاز منحنی حران کنده پس فاز، حد فاز نسبی را به صورت قفل ملاحظه ای کاهش بدهد، عمده صفر حران کنده را برایت باین تر از فرکانس لدر $0.5 \omega_b$ مانتورک در مثال باین خواهم دید تراری دهند.

مثال ۳-۵: مثال (۵-۱) را مبراه در نظر گرفته و حران کنده ای طراحی کنید تا علاوه بر مشخصات داده شده، ضریب خطای سرعت (k_v) آن از 20 بزرگتر باشد. (بمبارت دیگر می‌خواهم اندازه باینغ فرکانس در فرکانس های باین از آنچه قبلاً مشخص کرده ایم بزرگتر بوده و در نتیجه خطای نسبی در دین کردن ورودی ضریب را کاهش دهیم.)
 در مثال (۵-۱) مشاهده کردیم که با انتخاب $K(s) = 7.07$ فرکانس لدر $0.5 \omega_b$ برابر (rad/sec) ۱ شده و حد فاز نیز 45 درجه خواهد شد. در این حالت ضریب خطای سرعت برابر است با

$$k_v \lim_{s \rightarrow 0} s K(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{7.07 \times 2}{s+1} = 1.414 \quad (5-28)$$

و این مقدار برابر است از مقدار 20 که در صورت مساوی خواهد شد. کوهنیه البته. برای افزایش k_v می‌توان از یک حران کنده پس فاز استفاده کرد. در ابتدا است صفر و قطب حران کنده یعنی a مورد نیاز را انتخاب می‌کنیم. واضح است که اگر $K(s) G(s)$ موجود را در $K(s)$ ضرب کنیم انتخاب k_v مقدار a افزایش خواهد یافت. پس ما می‌توانیم a مورد نیاز را از رابطه زیر به دست آورد

$$a = \frac{20}{1.414} = 14.14 \quad (5-29)$$

برای محافظه کاری در روند لدرن ابتدا $\alpha = 15$ انتخاب می‌کنیم. حال با انتخاب کامل صفر حران کنده، $K(s)$ به صورت کامل منحنی خواهد شد. عمده برای اینده فاز منحنی حران کنده پس فاز، حد فاز در فرکانس ها را باین از حد کاهش بدهد، صفر حران کنده را 10 تا 20 مرتبه از فرکانس ها باین تر انتخاب می‌کنند. (توجه کنید که فاز (منفی) لازم حران کنده در فرکانس

۱- توجه کنید که اگر ارفعلات الکتریکی بران ساعت حران کنده پس فاز استفاده شود آنگاه یک مد بالای مقبول برای a تقریباً 10 است چون در این صورت ضرایب خطای نسبی در فرکانس های باین را می‌تواند آن شرایط در مدل برت خواهد بود.

کمتر از فرکانس هم‌فراوان کننده انتخابی اند. در این مثال

$$\xi = \frac{\omega_c}{10} = \frac{1}{10} \quad (5-20)$$

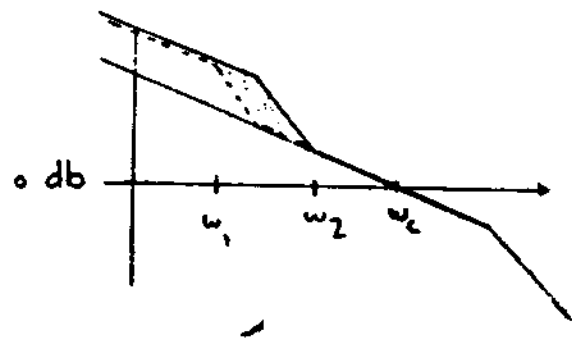
انتخاب می‌کنیم. با منصف شدن محل هم‌فراوان کننده و ξ ، قطب میزبان کننده ساده قابل جابجایی است

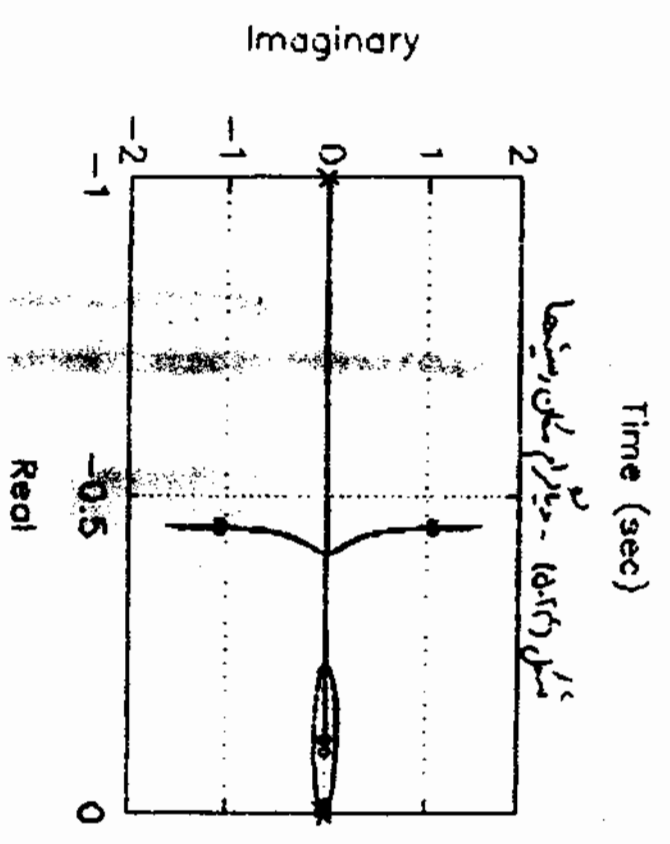
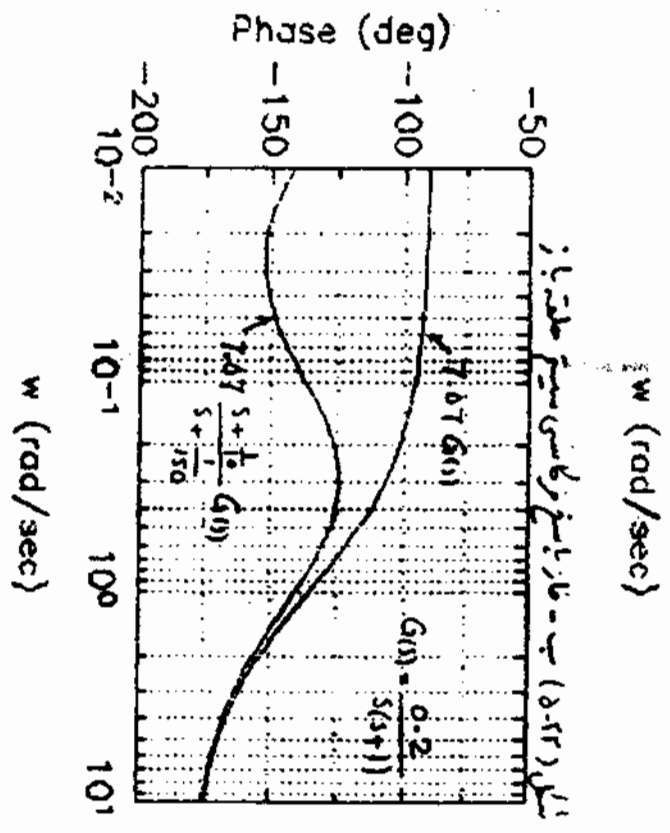
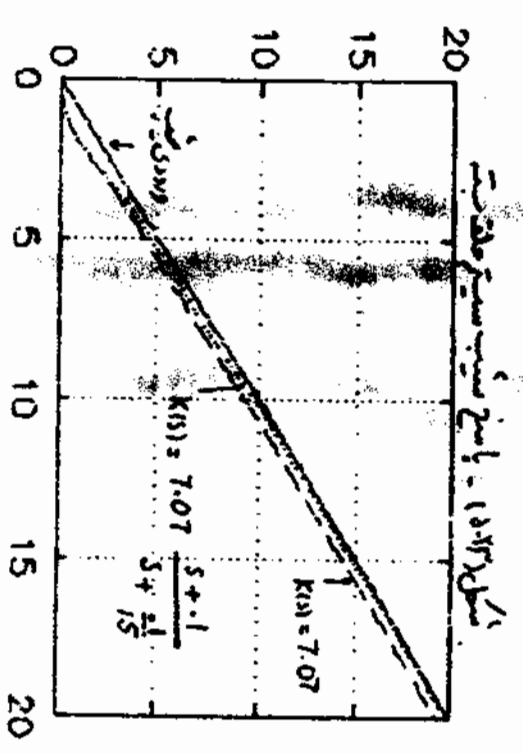
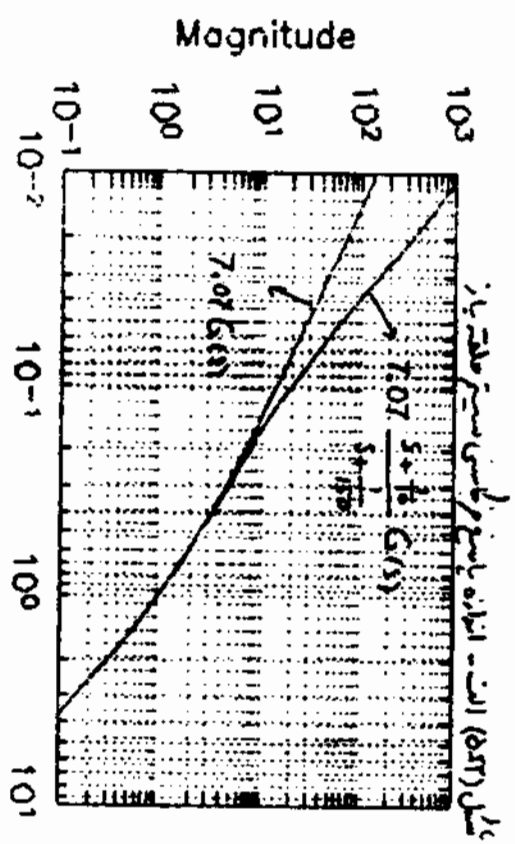
$$p = \frac{\xi}{s} = \frac{1}{150} \quad (5-21)$$

پس از جبران کننده قطبی را در $K(s) = (s + \frac{1}{10}) / (s + \frac{1}{150})$ ضرب کنیم. ضریب قطبی سرعت بازده برابر شده و ξ تغییر مافوقی نخواهد کرد. هم‌فراوان کننده نهایی که $\xi = 7.07$ و $K(s)$ حاصل خواهد شد تقریباً زیر می‌باشد:

$$K(s) = 7.07 \bar{K}(s) = 7.07 \frac{s + \frac{1}{10}}{s + \frac{1}{150}} \quad (5-22)$$

پاسخ فرکانسی $7.07 G(s)$ و $K(s)G(s)$ (برای $K(s)$ که در (۵-۲۲) آمده است) در شکل (۵-۲۳) نمایش داده شده است. توجه کنید که جبران کننده پس از آنکه از این اندازه پاسخ فرکانسی در فرکانس‌های بایسی شده و اندازه پاسخ فرکانسی در فرکانس‌های بالا بلا تغییر مانده است. البته علامت منفی جبران کننده پس از آنکه شده که در بازه مقدار تقریباً ۵ درجه کاهش پیدا کند. البته اگر $\xi = \frac{\omega_c}{30}$ انتخاب می‌کردیم آنگاه حدفاصل مقدار کمتری کاهش می‌یافت ولی اندازه پاسخ فرکانسی در محدوده فرکانسی کوچکتری بزرگ می‌شد. برای توضیح این مطلب به شکل زیر توجه کنید. در این شکل پاسخ فرکانسی منصف شده ما خطی است به پاسخ فرکانسی منصف شده با خط‌مینی‌ارحییت دارد چون در محدوده فرکانسی سین پهنای ω_c پاسخ فرکانسی خطی‌تر از پاسخ فرکانسی خط‌مینی‌ارحییت می‌باشد. پس تا حد امکان باید هدف جبران کننده را به فرکانس ω_c نزدیک





انتخاب کرد تا اندازه پاسخ و کاهش در محدوده وسیعتری برک باشد و در همین محل باید صرفاً از هر کاس به دور انتخاب کرد تا دعبار سیستم بیش از حد تقلیل نیابد. به این دلیل عمده‌تر در آن گفته را این $\frac{w_1}{3}$ تا $\frac{w_2}{10}$ انتخاب می‌کنند.

پاسخ سیستم حلقه‌ست با فرض $K(1) = 7.07$ ، $K(2) = \frac{7.07(5+0.1)}{(5+0.1/150)}$ در شکل (۵-۲۳) رسم شده است. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود خط در دنبال کردن ورودی منبسطی است و این سیستم حلقه‌ست است که از صبران کننده پس فاز استفاده می‌کند برآیند کمتر از خط با استفاده از جبران کننده $\frac{1}{K}$ می‌باشد و با افزایش K ، خط کاهش خواهد یافت.

علاوه دیگرام مکان ریشه‌ها در حالتی که از صبران کننده پس فاز استفاده می‌شود در شکل (۵-۲۴) رسم شده است. در این دیگرام فرض کرده ایم $K(1) = K \frac{5+1/10}{5+1/150}$ و محل قطب‌های سیستم حلقه‌ست برای مقادیر مختلف بهره K رسم شده اند. نقاطی که با \square مشخص شده اند محل قطبهای سیستم حلقه‌ست برای $K = 7.07$ می‌باشد. تابع تبدیل سیستم حلقه‌ست با این بهره K صورت زیر خواهد بود

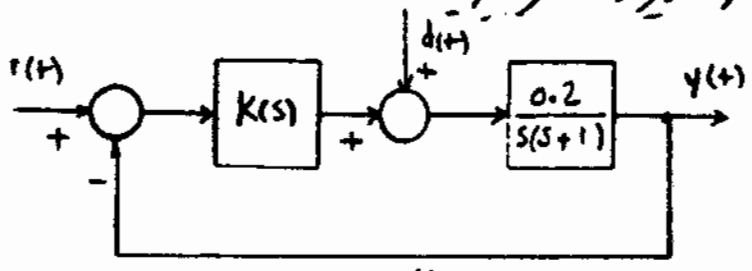
$$G_{CL}(s) = G_p(s) = \frac{1.414(s+0.1)}{(s+0.107)(s+0.45 \pm j1.059)} \quad (5-23)$$

توجه کنید که یکی از قطبهای سیستم حلقه‌ست با صغر کنترل کننده حذف خواهد شد و سیستم حلقه‌ست به اندکی سیستم درجه دوم با قطبهای $1.059 \pm j0.45$ عمل می‌کند. توجه کنید که اگر از کنترل کننده $K(1) = 7.07$ استفاده می‌کنیم آنجا سیستم حلقه‌ست به صورت (۵-۲۳) می‌برد و قطبهای سیستم حلقه‌ست در $1.079 \pm j0.5$ قرار می‌گرفت. حالت این است که با افزودن جبران کننده پس فاز محل قطبهای مؤثر فقط مقدار ناچیزی تغییر کرده است. در حقیقت اگر محل صبران کننده را کمی نزدیکتر به محور s انتخاب می‌کردیم، آنگاه تفاوت بین محل قطبهای مؤثر با استفاده از صبران کننده پس فاز بدون آن حتی از این مقادیر نیز کمتر می‌شد. البته وجود جبران کننده پس فاز کمی نسبت میرایی قطب مؤثر را کاهش داده (توجه کنید که فونکشن تقریباً 5 درجه کاهش یافته) و انتظار داریم که پاسخ به سیستم کمی صافتر تر شده باشد.

۵۴ - جریان کنده پس فاز - پیش فاز

در بعضی از مسائل طراحی کنترل کننده مجبور به استفاده از جریان کنده پس فاز و پس فاز مد نظر جریان رمانتیکری بالکم. از جریان کنده پس فاز که در حقیقت مانند یک متغیرگر در محدوده ای از حوزه فرکانس عمل می کند برای بهبود حدفاز سیستم و بدست آوردن رفتار مناسب در حوالی فرکانس پهنای استفاده می کنیم و از جریان کنده پس فاز که در محدوده ای از حوزه فرکانس مانند انتقال گیر عمل می کند برای بهبود دقت سیستم و بزرگ کردن اندازه پاسخ فرکانسی در فرکانس های پایین. در ادامه به ذکر یک مثال درباره استفاده جریان کنده پس فاز و پس فاز خواهیم پرداخت.

مثال ۵۴: سیستم لتری زیر را در نظر بگیرید



شکل (۵-۲۵)

خواهیم جریان کنده $K(s)$ را بگونه ای طراحی کنیم تا چسبای باشد سیستم حلقه بسته تقریباً 4.5 rad/sec بوده و حدفاز نیز 45 درمایلر علاوه امتیازات فرکانس پایین حداقل مقدار 40 db تضعیف شوند.

پاسخ فرکانسی $G(s)$ در شکل (۵-۲) رسم شده است. در مرحله اول سعی خواهیم کرد که با استفاده از یک جریان کنده پیش فاز $\omega_c = 3 \text{ rad/sec}$ ($\omega_c = 4.5 = 1.5 \times 3$) و حدفاز نیز 45 درمیلر شود. این قیمت از مسئله بدست می آید مثال (۵-۲) بوده و از آنجا که ما تعداد کمی کلمه حافظه که قبلاً دیده ایم

$$K_1(s) = 75.76 \frac{s+1.9}{s+4.74} \quad (5-24)$$

برای این منظور مناسب نظریه شد. حل در قسمت (۲-۲) نشان دادیم که اگر اندازه $(s+4.74)$ بزرگ باشد آنگاه

$$|G_d(j\omega)| \approx \frac{1}{|K_1(j\omega)|} \quad (5-25)$$

و از آن $K_1(s)$ به عنوان جریان کنده نهایی استفاده کنیم. آنگاه در فرکانسهای پایین داریم

$$\frac{1}{|K_1(j\omega)|} \approx \frac{1}{30.4} \quad \omega \ll 1.9 \quad (5-26)$$

و این مقدار از $\frac{1}{100}$ مورد نیاز است. پس باید بدانیم $K_1(1.9)$ را در نقاطهای پایین افزایش دهیم، بدون آنکه مدار سیستم را خراب کرده در کاس به آنرا تغییر دهیم. برای این منظور می‌توانیم از یک جریان کسندگیس فاز استفاده کنیم. صفر جریان کسندگیس فاز را در $\frac{1}{10} = \frac{2}{30}$ قرار می‌دهیم. مقدار ادایش انداز $K_1(1.9)$ در نقاطهای پایین نیز از رابطه زیر قابل محاسب است

$$\alpha = \frac{100}{30.4} = 3.29 \approx 3.3 \quad (5-27)$$

پس جریان کسندگیس فاز مورد نیاز نیز ضرورتاً است:

$$K(s) = \frac{s + 1/10}{s + 1/33} \quad (5-28)$$

و با ادغام $K(s)$, $K_1(s)$ جریان کسندگیس نهایی که تمام روابط فراتر از آن را برآورده می‌کند ضرورتاً خواهد بود

$$K(s) = K_1(s) k(s) = \frac{75.76 (s + 1.9) (s + 1/10)}{(s + 4.74) (s + 1/33)} \quad (5-29)$$

تابع تبدیل سیستم حلقه بسته با استفاده از این جریان کسندگیس نیز ضرورتاً خواهد بود

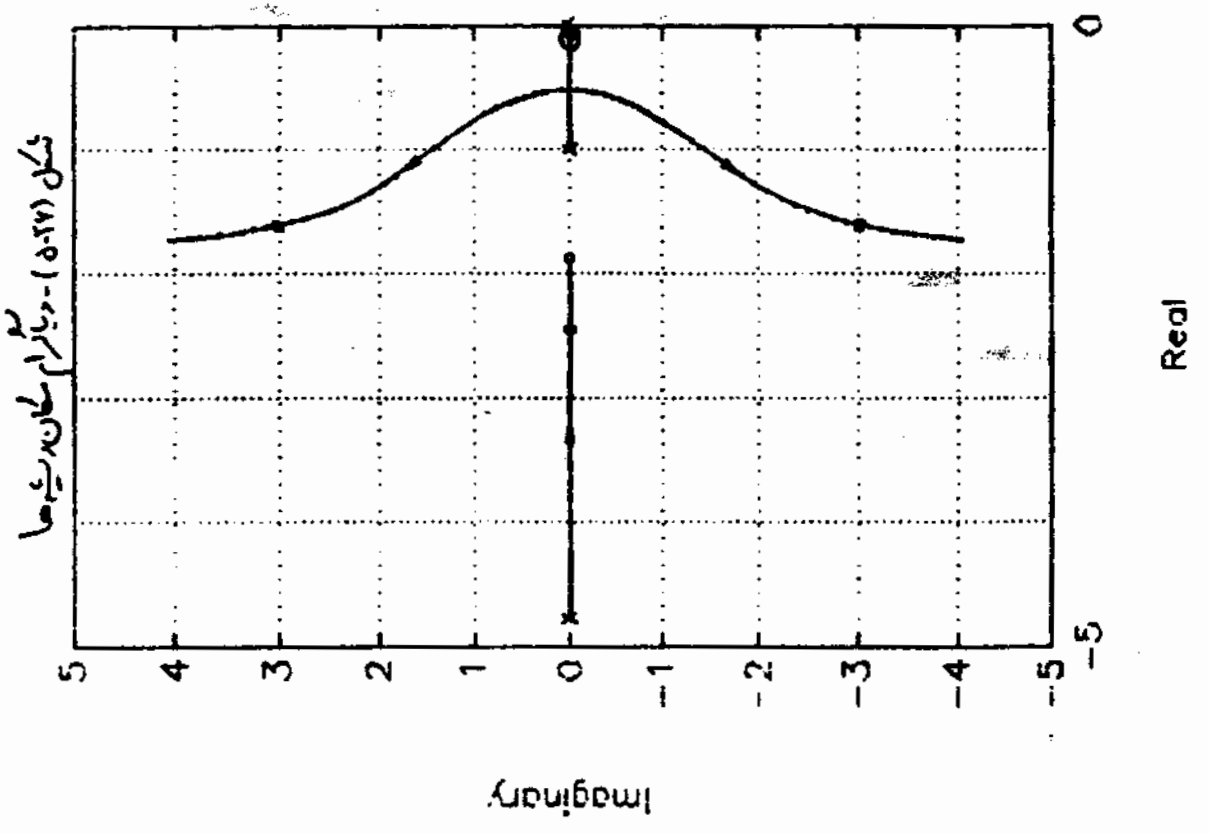
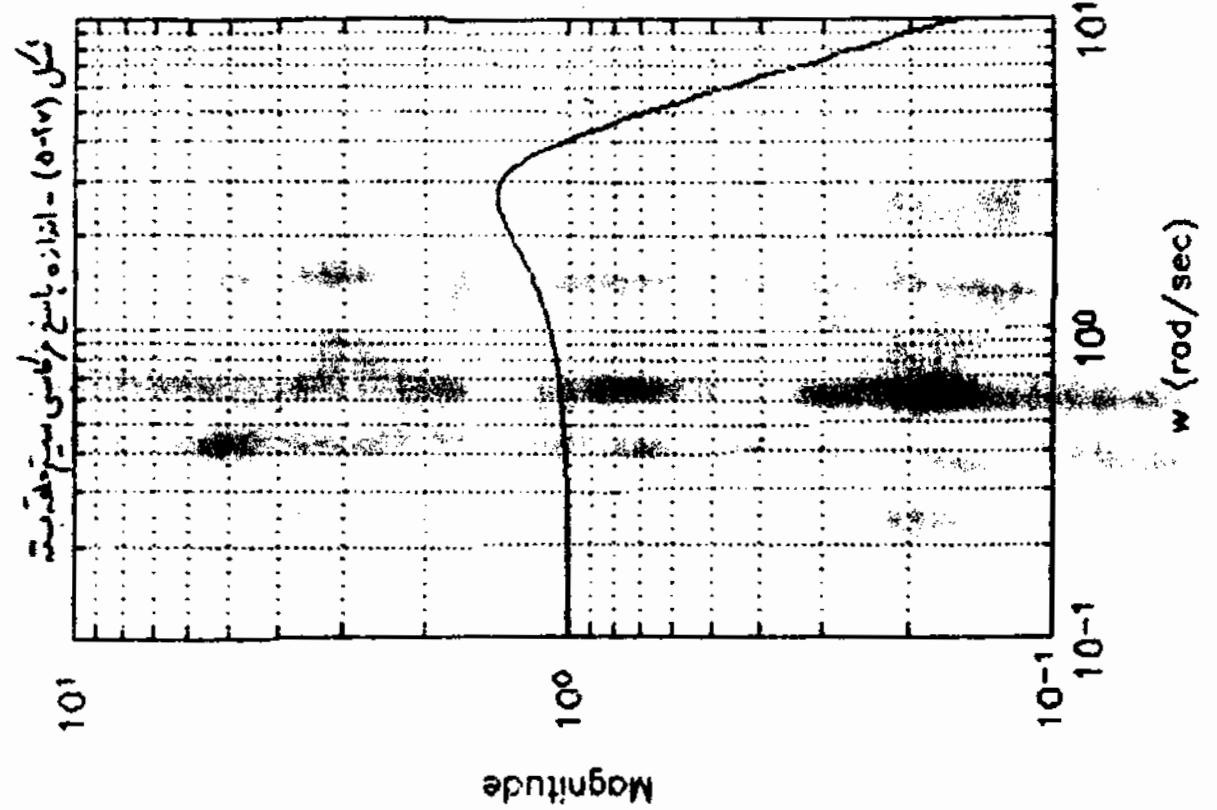
$$G_{cl}(s) = \frac{15.15 (s + 1.9) (s + 0.1)}{(s + 0.15) (s + 2.45) (s + 1.61 \pm j 3.00)} \quad (5-30)$$

توجه کنید که یکی از قطبهای سیستم حلقه بسته در نزدیکی صفر جریان کسندگیس فاز قرار گرفته و در نتیجه از این قطب کسندگیس در خروجی ظاهر نخواهد شد. با مقایسه توابع تبدیل (5-29) و (5-30) واضح است که شکل کسندگیس فاز، تابع تبدیل از ورودی مشابه خروجی را به مقدار بسیار ناچیزی تغییر داده است. در حالیکه اثرات کسندگیس بر روی خروجی با استفاده از جریان کسندگیس فاز تغذیه یافته است.

محل ریشه‌ها با فرضی

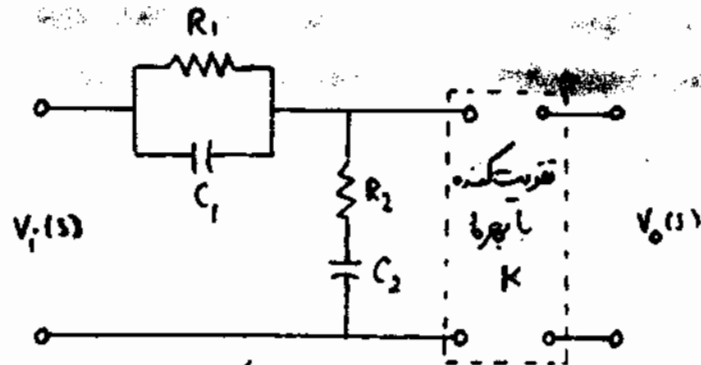
$$K(s) = \frac{k (s + 1.9) (s + 1/10)}{(s + 4.74) (s + 1/33)} \quad (5-31)$$

برای مقادیر مختلف بهره k در شکل (5-31) رسم شده است. محل قطبهای سیستم برای $k = 75.76$ با σ در این شکل مشخص شده است. این شکل را با شکل (5-13) مقایسه کنید. توجه کنید که تنها تفاوت کوپلی بین این دو شکل وجود دارد.



پاسخ هر گامی سیستم حلقه بسته را نیز در شکل (۵-۲۷) رسم کرده ایم. بهنای ماند سیستم حلقه بسته نیز بسیار نزدیک به مقدار فرکانس کنده یعنی 4.5 rad/sec است و M_p نیز 1.37 است که تقریباً همان مقدار شکل (۵-۵) بدون ضرایب کنده پس فاز می باشد.

ما طوریکه مشاهده کردیم این مثال همی احتیاج به استفاده همی از ضرایب کنده پس فاز و پس فاز مورد استفاده باید کرد. آن گاه می توان برای ساخت ضرایب کنده از مدار الکتریکی زیر استفاده کرد:



شکل (۵-۲۸) - مدار الکتریکی ضرایب کنده پس فاز - پیش فاز

باع تبدیل این مدار به صورت زیر است:

$$\frac{V_0(s)}{V_1(s)} = K \frac{(s + 1/T_1)(s + 1/T_2)}{(s + 1/\alpha T_2)(s + \alpha/T_2)} \quad (5-42)$$

$$T_1 = R_1 C_1, \quad T_2 = R_2 C_2, \quad \alpha > 1, \quad T_1 > T_2$$

$$\alpha T_1 + \frac{T_2}{\alpha} = R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2 \quad (5-43)$$

ما می بینیم مداری یک مدار پس فاز - پیش فاز می گوییم چون در محدوده فرکانسهای پایین مانند ضرایب کنده پس فاز عمل می کند و در محدوده فرکانسهای بالاتر مانند ضرایب کنده پیش فاز. جزء $\frac{s + 1/T_2}{s + 1/\alpha T_2}$ در حقیقت یک ضرایب کنده پس فاز می باشد و جزء $\frac{s + 1/T_1}{s + \alpha/T_2}$ یک ضرایب کنده پیش فاز.

البته در بسیاری از مسائل ممکن است مجبور به استفاده از ضرایب کنده های پیش فاز و پس فاز با فرکانس α متفاوت باشیم و در اینصورت باید از انتقال سری این دو نوع ضرایب کنده استفاده کرد و می توان ضرایب کنده پس فاز - پیش فاز بالا را مورد استفاده قرار داد.

۵-۵ - علامه

حافظه که قبلاً ذکر کردیم، در مراحل مختلف طراحی کنترل کننده در حوزه فرکانس باید همان گونه که در این بخش انتخاب کنیم تا جبراً حلقه $(K(s)G(s))$ پاسخ فرکانس مطلوب داشته باشد و دارد مسأله هالوزده در شکل (۱۱-۴) شود. جدولی انتخاب $K(s)$ برای این هدف ممکن است از روی برخی متعلقات انجام گیرد و در این فصل درباره استفاده از فیلتر کننده‌های پیش فاز و پس فاز در تغییر پاسخ فرکانسی سیستم صحبت کردیم البته همان گونه که پیش فاز یا پس فاز یا ترکیبی از آنها تنها همان گونه که می‌بایست و در بسیاری از موارد باید از همان گونه‌هایی که برآب پیچیده تر استفاده کنیم. ما استفاده از این دو نوع همان گونه ساده‌تری می‌توان اصول طراحی در دامنه فرکانس را نمایش داد و به این دلیل در این فصل تمرکز بیشتری روی آنها داشته‌ایم.

روشهای نوینی برای طراحی در دامنه فرکانس در طی دهه اخیر تدوین شده که کارایی بسیار خوبی دارند و می‌توانند این نوع روشهای طراحی امتیاز به ریاضیات عالی تر و هزینه مسئله در تئوری سیستم‌های خطی دارد و به این دلیل از ذکر این روشها و فرمولهای گین $[33]$ $[9]$.

توجه کنید که در معنی موارد با وجود بایزاری سیستم حلقه بسته، کنترل کننده مورد استفاده خود را بایزاری می‌باید! در حقیقت در فصل هشتم نشان خواهیم داد که برای بعضی از سیستم‌ها حتی هیچ مزایایی نمی‌توان کنترل کننده بایزاری بدست آورد که سیستم حلقه بسته را بایزاری کند. پس حتی لزومی بر استفاده از کنترل کننده‌های بایزاری وجود نداشته و مهمی تمام کنترل کننده‌های ممکنه برای یک سیستم دینامیک پیدا می‌شود. از همان گونه که پیشتر در این فصل می‌باید هدف ما انتخاب ماین اصول طراحی در حوزه فرکانس بوده است.

در فاصله زمانی ننگه هوری است که طراحی کنترل کننده عموماً به روش آزمون و خطا انجام می‌گیرد و در اولین انتخاب کنترل کننده تمام نتایج مورد نظر عموماً حاصل نمی‌شود و با توجه به عوامل مختلف باید مصالحان مابین شرایط متضاد موجود آورد.



فصل ۹

تقلیل درجه سیستم‌های خطی و قطب‌های مؤثر

عموماً بعضی از مشخصات پاسخ یک سیستم کنترلی حلقه بسته را می‌توان برسد مشخصات
پاسخ سیستم‌های درجه اول یا دوم تقریب زد. با استفاده از این حقیقت در این فصل درباره
روش‌های مختلف تقریب یک سیستم خطی با سیستم‌های درجه پایین‌تر توضیحاتی ارائه خواهیم کرد.
است. محبت تقلیل درجه سیستم‌ها (Model Order Reduction) بسیار وسیع بوده و در اینجا فقط
درباره تقریب مند و اصل کلی آن بحث می‌کنیم. سپس درباره محبت قطب‌های مؤثر
(Dominant Poles) و رابطه نزدیک آن با تقلیل درجه و جلوگیری استفاده از آن
در طراحی سیستم‌های کنترلی توضیحاتی ارائه خواهیم کرد.

۹-۱ - تقلیل درجه سیستم‌های خطی

مسئله تقلیل درجه یک سیستم و جلوگیری تقریب یک معادله دیفرانسیل باید معادله درجه پایین‌تر
از قدیم مورد توجه بسیاری از ریاضیدانان بوده است. واضح است که تقریب و تقلیل یک سیستم
درجه پایین بسیار ساده‌تر از یک سیستم پیچیده است و همواره ساخت یک چرخان کنده درجه پایین
... مختلف دارای مزایایی نسبت به یک چرخان کنده با درجه بالا و بلند و در این دلیل این مسد

تعلیل هر چه در مورد دروسی قرار داده و سپس مشاهده کردیم بر روی زاویه حالت علی در فرکانس و این روی ساده که عمده کار آبی خوبی نیز دارد برای تعلیل در فرکانس فراهم کرد.

مثال ۶-۱: در اینجا سعی خواهیم کرد که رفتار یک سیستم علی با تابع تبدیل

$$G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)} \quad (6-1)$$

با استفاده از در روش مکتب با یک سیستم در فرکانس اول تقریب بزینم

در ابتدا با استفاده از روش بخش جزئی (Partial Fraction) $G(s)$ را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$G(s) = \frac{10/9}{s+1} - \frac{10/9}{s+10} \quad (6-2)$$

توجه کنید که بهره مستقیم (DC Gain) $G(s)$ که مقدار ماندگار یا سیغ بله آن می باشد مقدار واحد است. به نظر می آید بهره مستقیم ترنم اول کت است (۶-۲) برابر $10/9$ از بهره مستقیم ترنم دوم $1/9$ می باشد نسبت این دو بهره مستقیم ده به یک است. به علاوه با سیغ بله $G(s)$ از مجموع با سیغ بله ترنم اول و ترنم دوم کت است (۶-۲) تشکیل شده است و با استفاده از بهره مستقیم محاسبه شده نتیجه می گیریم که با سیغ بله ترنم اول (۶-۲) جزء اصلی با سیغ بله $G(s)$ را تشکیل می دهد. با استفاده از این قضیعت می توان از تابع تبدیل

$$G_1(s) = \frac{10/9}{s+1} \quad (6-3)$$

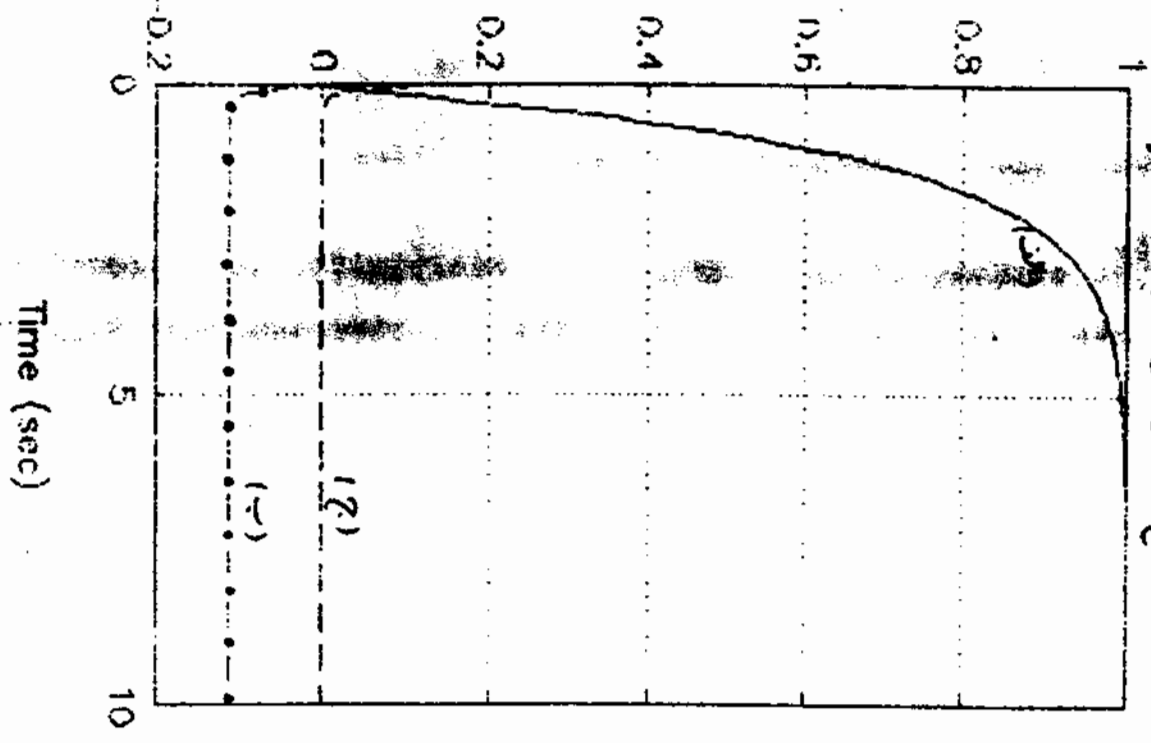
صورت تقریبی برای تابع تبدیل $G(s)$ استفاده کرد. در شکل (۶-۱) با سیغ بله $G(s)$ و ثابت بین با سیغ بله $G(s)$ و با سیغ بله $G_1(s)$ رسم شده است. مانند شکل واقع است که در حالت ماندگار با سیغ بله $G(s)$ و $G_1(s)$ مانند یک اختلاط دارند. برای از بین بردن این تفاوت می توان یک ترنم ثابت به تابع تبدیل $G_1(s)$ اضافه کرد تا بهره مستقیم تابع تبدیل جمله برابر بهره مستقیم تابع تبدیل $G(s)$ شود. به عبارت دیگر تقریب دیگری برای $G(s)$ بصورت زیر است

$$G_2(s) \cong G_1(s) - 1/9 = \frac{-5/9 + 1}{s+1} \quad (6-4)$$

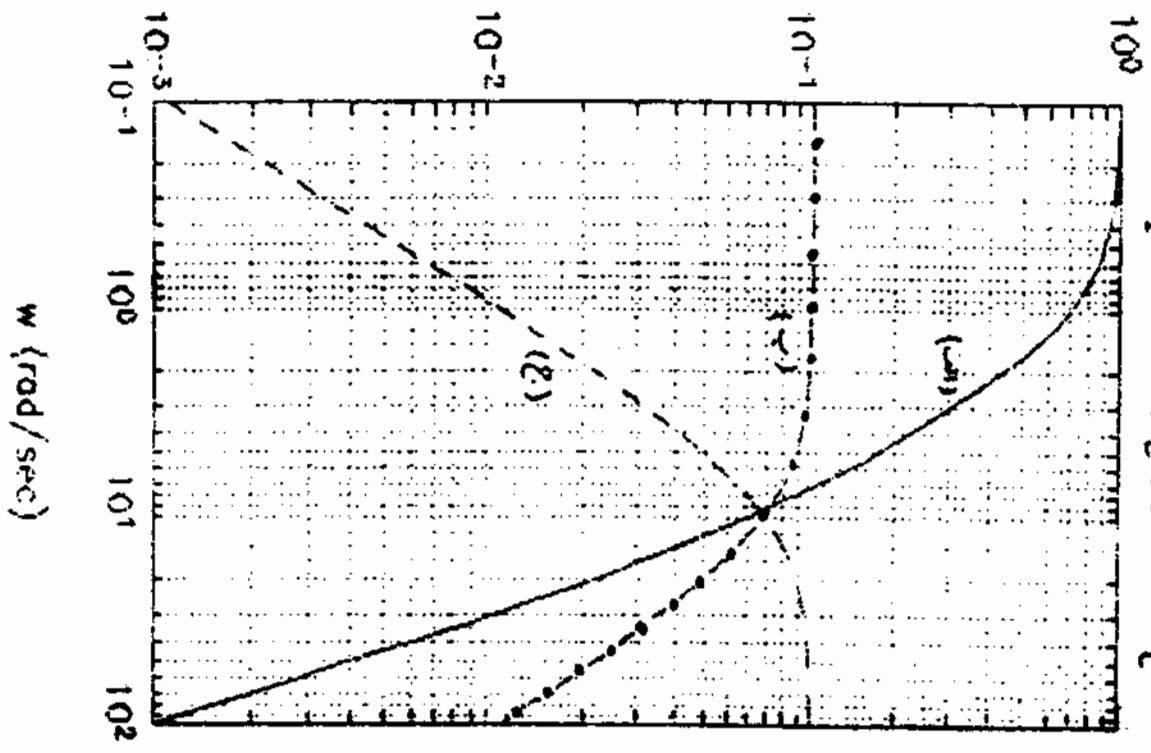
۱- برای یک سیستم ایثار با تابع تبدیل $G(s)$ بهره مستقیم $G(s)$ بصورت در فرکانس اول تقریب شده $G(s) \cong G_2(s)$ بهره مستقیم $G(s)$ و در حقیقت مقدار ماندگار با سیغ بله مستقیم $G(s)$ می باشد.

۷-۳

شکل (۱۶-۱) الف - تغییرات ضریب انتقال حرارت و (ب) تغییرات ضریب انتقال حرارت در طول زمان



شکل (۱۶-۲) الف - تغییرات ضریب انتقال حرارت و (ب) تغییرات ضریب انتقال حرارت در طول زمان



تفاوت پاسخ پله $G_{(1)}$ و پاسخ پله $G_{(2)}$ نیز در شکل (۱-۶) رسم شده است و نظری رسید که پاسخ پله $G_{(1)}$ به پاسخ پله $G_{(2)}$ نسبتاً نزدیک است و فقط در زمانهای اولیه با یکدیگر تفاوت دارند. علاوه بر پاسخ فرکانسی $G_{(2)}$ و اندازه $G_{(2)}$ - $G_{(1)}$ و اندازه $G_{(2)}$ - $G_{(1)}$ نیز در شکل (۲-۶) رسم شده اند. با توجه به شکل $G_{(2)}$ در فرکانسهای پایین سیار نزدیک به $G_{(1)}$ می باشد ولی با افزایش فرکانس، اندازه تفاوت $G_{(2)}$ و $G_{(1)}$ افزایش می یابد ولی برای $G_{(2)}$ مقدار بیشتری است و با افزایش فرکانس تفاوت $G_{(2)}$ و $G_{(1)}$ کاهش می یابد. نکته قابل توجه این است که ما لزیم اندازه $G_{(2)}$ - $G_{(1)}$ در فرکانس صفر اتفاق افتاده و مقدار آن $1/9$ است ولی ما لزیم اندازه $G_{(2)}$ - $G_{(1)}$ در فرکانس بی نهایت اتفاق می افتد و مقدار آن نیز همان $1/9$ است. عمده تفاوت میل در فرکانسهای پایین بر فرکانسهای بالا ارجحیت دارد و در این مثال نظری رسید که از نظر پاسخ فرکانسی و پاسخ پله $G_{(2)}$ تقریب بهتری نسبت به $G_{(1)}$ برای تابع تبدیل $G(s)$ می باشد.

در مثال قبل مشاهده کردیم که با استفاده از بخش جزئی تابع تبدیل و لذا داشتن اجزایی که ما لزیم مقدار پاسخ پله آنها قابل صرف نظر می باشد. می توان تابع تبدیل را با یک تابع گویای درجه پایین تر تقریب زد. در حالت کلی تقریب هر سیستم پایدار با تابع تبدیل تولید آلیه آسرو $G(s)$ از فرمی ایند قطبهای تابع تبدیل تکراری مانند خواهیم داشت:

$$G(s) = \sum_{i=1}^p \frac{a_i}{s + p_i} + \sum_{i=1}^q \frac{b_i s + c_i}{s^2 + 2\omega_i s + \omega_i^2} \quad (4-5)$$

$p_i > 0, \omega_i > 0, \omega_i > 0$

یک روش ساده برای تقریب زدن $G(s)$ به این صورت است که اترم هایی که ما لزیم مقدار اندازه پاسخ فرکانسی (یا ما لزیم مقدار پاسخ پله) آنها در مقایسه با دیگر اترم ها کوچک می باشد صرف نظر کنیم. توجه کنید که برای اترم های درجه اول $(a_i / (s + p_i))$ ما لزیم مقدار اندازه پاسخ فرکانسی در فرکانس صفر اتفاق افتاده و مقدار آن نیز برابر اندازه بهره مستقیم این اترم است. برای اترم های درجه دوم که بهره نیز در صورت دارند، محاسبه ما لزیم مقدار کمی پیچیده تر است ولی این مقایسه با ورودی صفرهای صفرهای اترم های درجه دوم به قطبهای آن بستگی دارد و می توان بار هم پاسخ فرکانسی آنرا محاسبه نمود.

در مثال (1-7) چون بهره مستقیم جزء $(s+1)/10$ ده برابر بزرگتر از اندازه بهره مستقیم $(s+10)/10$ بود، از جزء دوم صرف نظر کرده و از جزء اول به عنوان تقریب $G(s)$ استفاده کردم. و همانطور که مشاهده شد نعلت تفاوت معنوی های مستقیم سیستم و تقریب آن، در حالت ماندگار پاسخ بله سیستم و تقریب آن مایلند متفاوت بود. برای از بین بردن این اختلاف می توان نرم ثلثی به تقریب $G(s)$ اضافه نمود بطوریکه بهره مستقیم تقریب سیستم برابر بهره مستقیم خود سیستم شود. با این کار در حالت ماندگار تفاوتی بین پاسخ بله سیستم و پاسخ بله تقریب آن وجود نخواهد داشت و همینطور پاسخهای مکانیکی سیستم و تقریب آن در فرکانسها نیز مانند یکدیگر خواهد بود. تقریب $G(s)$ که در (4-4) آمده است با استفاده از این روش معالجه شد و این است و این تقریب به شکل جایی (1-7) و (4-2) واضح است که اهداف مورد نظر را برآورده کرده است.

اشکال مهم روش درگرسند، استوار بودن آن در معیارهای کین و سنگمی می باشد. در روش های امروزی تحلیل درجه در روش هایی که باید ریاضی معلی دارند استفاده می شود [1]. در این روش ها در ابتدا مدلی از بازخوردی حاصل بین سیستم و تقریب آن را تعریف کرده و سپس بدینسان تقریب می گردند که این حاصل را می بیند. در اداب رای آشپزی بیشتر ما این معلوم به در یک نمونه از این روشها فراهم برداشت. ابتدا معیاری برای اندازه یک سیستم تقریب می کنیم. یک اندازه بیدار بایع نرم می نهایت یک سیستم بایدار است. در حالت کلی برای یک سیستم بایدار ما تابع تبدیل $G(s)$ را با $G(s)$ نرم می نهایت را $G(s)$ نمایش داده و صورت زیر تعریف می کنند:

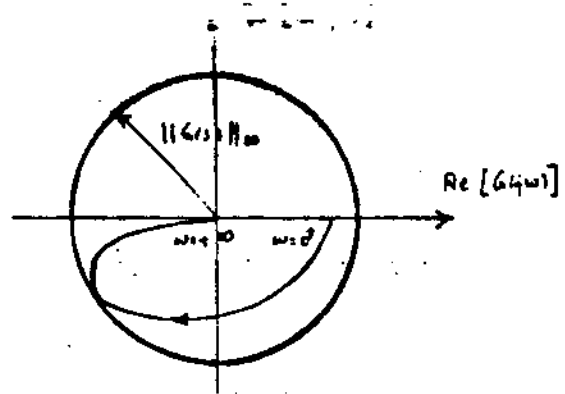
$$(4-2) \quad |G(s)| \supremum \infty \|G(s)\|$$

به عبارت دیگر $\|G(s)\|_{\infty}$ ماکزیم مقدار اندازه پاسخ فرکانسی $G(s)$ می باشد و چون $G(s)$ بایدار فرض شد، پس قطبی روی محور نم نداشته و $|G(s)|$ همیشه مقداری محدود می باشد. در حقیقت $\|G(s)\|_{\infty}$ شعاع کوچکترین دایره عمکنه است که دایرام نایلو کسیت $G(s)$ را در بر می گیرد. برای تقریب بیشتر می توانید به شکل (4-3) مراجعه کنید.

با استفاده از این تعریف نامی نهایت

$$(4-7) \quad G(s) = \frac{2}{s+1}$$

برابر 2 می باشد و چون ماکزیم مقدار $|G(s)|$ در فرکانس صفر اتفاق افتاده و اندازه این ماکزیم نیز 2 (بهره مستقیم سیستم) است.



شکل (۶-۲) - نمایش نرم بی نهایت برداری دینامیک مینیمیزاسیون

بر اساس معیار اندازه‌ای که تعریف کرده‌ایم، مابعد دو سیستم آرکلیبر را می‌توان اندازه‌گیری و مقایسه کرد. دو سیستم تعریف نمود. با استفاده از این تعریف مابعد بین $G_1(s)$ و $G_2(s)$ و همچنین $G_1(s)$ و $G_2(s)$ در مثال (۶-۱) را می‌توان از روی شکل (۶-۲) محاسبه کرد:

$$\|G_1(s) - G_2(s)\|_{\infty} = \left\| \frac{10}{(s+1)(s+10)} - \frac{10.9}{s+1} \right\|_{\infty} \quad (6-8)$$

$$= 1/9$$

$$\|G_1(s) - G_2(s)\|_{\infty} = \left\| \frac{10}{(s+1)(s+10)} - \frac{-5/9 + 1}{s+1} \right\|_{\infty} \quad (6-9)$$

$$= 1/9$$

همچنین با استفاده از تعریف نرم مابعد در بالا، $G_1(s)$ و $G_2(s)$ به یک مقدار از $G_1(s)$ مابعد داشته و کارایی آنها با هم یکسان است چون ماکزیم مقدار تفاوت پاسخ و پاسخ $G_1(s)$ و $G_2(s)$ و همپسور $G_1(s)$ و $G_2(s)$ با یکدیگر برابرند.

در حالت کلی با استفاده از مابعدی که تعریف کرده‌ایم می‌توان مسئله تقابلی درجه بالا را به یک سیستم مینیمیزاسیون درجه پایین‌تر با این شرایط زیر تبدیل کرد. سیستم باید با تابع تبدیل $G_1(s)$ درجه n در نظر بگیرد و تابع تبدیل $G_2(s)$ درجه m ($m < n$) را به گونه‌ای پیدا کند تا مابعد $G_1(s)$ و $G_2(s)$ کمینه شود و یا معادلاً

$$\text{minimize } \|G_1(s) - \hat{G}_1(s)\|_{\infty} \quad (6-10)$$

درجه $m = \hat{G}_1(s)$ ($m < n$)

البته حل این مسئله به سادگی از بحث مابعد و برای کسب اطلاعات بیشتر درباره آن می‌توانید به [۱] مراجعه نمایید. نکته قابل توجه در اینجا این است که برخلاف روش قبلی، فقط به $G_1(s)$ در اینجا از معیار انتخاب $G_1(s)$ می‌تواند در نتیجه آزادی بیشتری در انتخاب $G_2(s)$ وجود دارد.

روشن‌ترین دردی که از دست دادن می‌ماند چون در آن فضای تقریب زدن در تمامی فرکانسها

که یک مقدار اهمیت دارند. عموماً برای این مورد این مسئله از روزه‌های فرکانسی مناسب استفاده (ده و

سی) می‌کنند تا اهمیت فرکانسهای پایین را نسبت به فرکانسهای بالا افزایش دهند.

معمولاً در مثال (۶-۱) تعاضل پاسخ‌های فرکانسی $G(u)$ و $G_1(u)$ را در پاسخ فرکانسی یک فیلتر

پایین‌گذر را تابع تبدیل

$$W(u) = \frac{1}{u+1} \quad (6-11)$$

مضرب کرده در سپس نرم‌نویسی به‌صورت پاسخ فرکانسی حاصل را محاسبه کنیم. آنگاه پس از انجام محاسبات داریم:

$$d_1 = 1/9 \quad (6-12)$$

$$d_2 = -0.0101 \quad (6-13)$$

$$d_i = \frac{1}{2} \| (G(u) - G_1(u)) W(u) \|_{\infty} \quad (6-14)$$

$$= \sup_w |G_1(j\omega) - G(j\omega)| |W(j\omega)|$$

توجه کنید که اساساً معیار جدیدی که تعریف کرده‌ام، $G_1(u)$ تقریب بهتری نسبت به $G(u)$ برای

تابع تبدیل $G(u)$ می‌باشد. البته این بدین علت است که در روزه فرکانسی انتخاب شده (۶-۱۱)

فرکانسهای پایین نسبت به فرکانسهای بالا از اهمیت بیشتری برخوردار بوده و با توجه به شکل (۶-۲)

و واضح است که $G_1(u)$ تقریب بهتری برای $G(u)$ در فرکانسهای پایین می‌باشد.

با استفاده از این مثال، عموماً مسئله تبدیل مرتبه نازل فرکانسی را بصورت زیر تعریف می‌کنند. سیستم

باید با تابع تبدیل $G(u)$ درجه n را در نظر بگیریم و تابع تبدیل $G_1(u)$ را با

درجه m ($m < n$) را به گونه‌ای پیدا کنیم تا تابع هزینه زیر کمینه شود:

$$\text{minimize } \| (G_m - G(u)) W(u) \|_{\infty} \quad (6-15)$$

$$G_1(u)$$

در اینجا $W(u)$ یک روزه فرکانسی مناسب است که می‌توان آنرا به‌گونه‌ای انتخاب کرد تا به‌طور مثال

اهمیت فرکانسهای پایین را نسبت به فرکانسهای بالا افزایش داد. تعریف دقیق‌تر این مسئله و راه‌های

مستعد حل تقریب آن در [۱] آمده است. در اینجا به ذکر آنجا نخواهیم پرداخت. البته بحث تبدیل

سیستم های وسیع بود و در هر یک از این سیستم ها نیز به مفاهیم آن توجه شد.
 برای آشنایی بیشتر با روش های متعدد موجود می توانید به مقاله [۱] مراجعه نمایید. در این مقاله روش های
 سیار دین برای این امر ارائه شده است. البته برای درک مفاهیم ارائه شده در این مقاله احتیاج
 در ریاضیات ستاپ سیرفته می باشد. در ادامه درباره قطب های مؤثر یک سیستم و رابطه آن با مفاهیم
 این قسمت صحبت خواهیم کرد.

۶-۲ - قطب های مؤثر

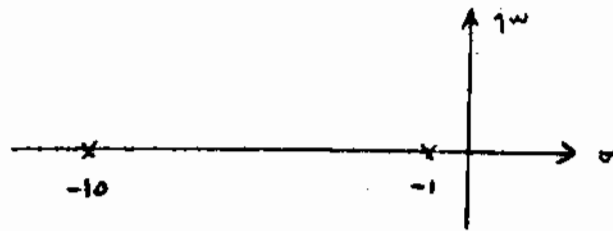
در قسمت قبل مشاهده کردید که در بعضی از موارد می توان رفتار یک سیستم را با رفتار یک سیستم
 درجه پایی تقریب زد و مقدار تأثیر تمامی قطب های یک سیستم بر روی پاسخ آن یک مقدار
 نندود و بعضی از قطبها بر روی پاسخ سیستم تأثیر بیشتری از دیگر قطب ها دارند. طور نمونه در مثال
 (۶-۱) مشاهده شد که قطب در $s = -1$ جزو اصلی پاسخ بله سیستم را تشکیل می داد و قطب در
 $s = -10$ اثرات کمتری بر روی پاسخ بله سیستم داشت. در این قسمت خواهیم دید که چطور
 با مشاهده کردن به محل قرارگیری صفر و قطب تابع تبدیل سیستم می توان از قطب مورد نظر بر روی
 پاسخ سیستم ارزیابی کرد و رفتار پاسخ سیستم را از روی آن حدس زد. در تمامی این قسمت
 (با سه قسمت قبل) فقط درباره سیستم های پایدار صحبت خواهیم کرد، البته چون در اینجا فقط از محیط
 قطب های مؤثر در رابطه با تابع تبدیل سیستم فله شده، که درباره پایدار فرض می شود، استفاده خواهیم کرد،
 از این خواص با مفاهیم دربر نخواهیم بود.

معمولاً اگر برای یک سیستم پایدار، صفر کمترین قطب معرر σ_p ، حقیقی بوده و در نزدیکی
 این قطب نیز صفری وجود نداشته باشد، و سایر قطب های سیستم برایت (نسبت به قطب حقیقی) از
 معرر σ_p دور باشند، آنگاه رفتار سیستم تقریباً همانند رفتار یک سیستم درجه اول بوده و قطب نزدیک
 معرر σ_p معنی کننده اصلی پاسخ سیستم خواهد بود. در اینجا چنین حالتی می گویند که سیستم دارای یک
 قطب مؤثر درجه اول می باشد. برای روشن شدن مطلب به ذکر یک مثال می پردازیم.

مثال ۶-۲: تابع تبدیل سیستم مثال (۶-۱) را در اینجا درباره در نظر خواهیم گرفت.

$$G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)} \quad (۶-۱۲)$$

سازش قرارگیری محور قطب های این تابع تبدیل در شکل (۶-۴) آمده است. (توجه کنید که این سیستم صورتی معکوس دارد)



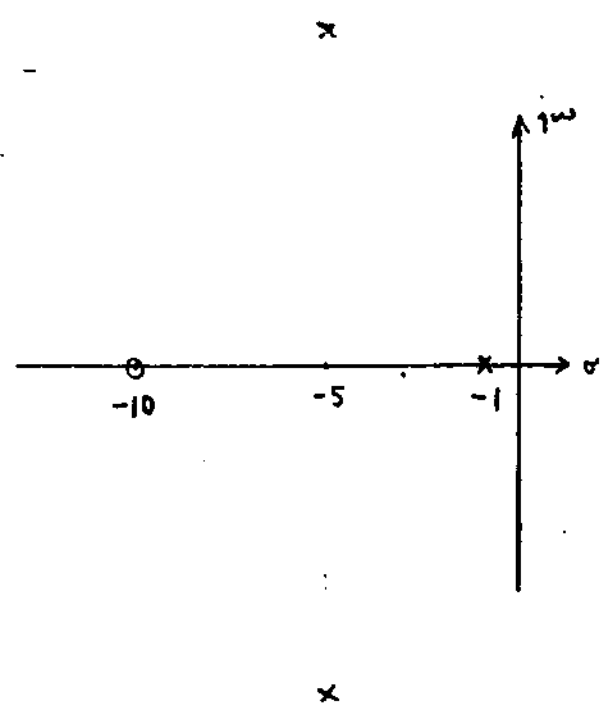
شکل (۶-۴) - محل قرارگیری محور قطب های تابع تبدیل (۶-۱۲)

مانند به این شکل یکی از قطب های سیستم نسبت به قطب دیگر بسیار دگت بوده است (نسبت ده به یک) و در نتیجه این سیستم دارای یک قطب مؤثر در اول در $s = -1$ می باشد و انتظار داریم که رفتار پاسخ پله این سیستم بر سبب این قطب مؤثرترین شود بطور آنکه نمودار این قطب مشخصات پاسخ پله سیستم را تعیین کند انتظار داریم که پاسخ پله سیستم چشم برداشته و از زری به مقدار بهایی فرود برسد و علاوه بر آن در زمانی پاسخ نیز تقریباً یک ثانیه برده و زمان شست آهم می ثانیه (چار تا نماند زمانی) باشد. اگر به شکل (۶-۱) که در آن پاسخ پله (۵) رسم شده است توجه کنید، مشاهده می کنیم که از روی قطب های سیستم در باره رفتار پاسخ آن داریم تأیید خواهیم کرد. رابطه به مطالبی که در قسمت قبل گفته شد، از بخش زیر (۶-۱۲) را (طبق رابطه (۶-۵)) محاسبه می کنیم (مانند که قبلاً انجام داده ایم) چون مستقیم در مورد قطب مؤثر از بهره سیستم جزا داریم برات برآورد می برد و به این علت مشخصات اصلی پاسخ پله سیستم را، قطب مؤثر آن تعیین کرده است.

مثال ۶-۳: تابع تبدیل یک سیستم حلقه بسته بصورت زیر است

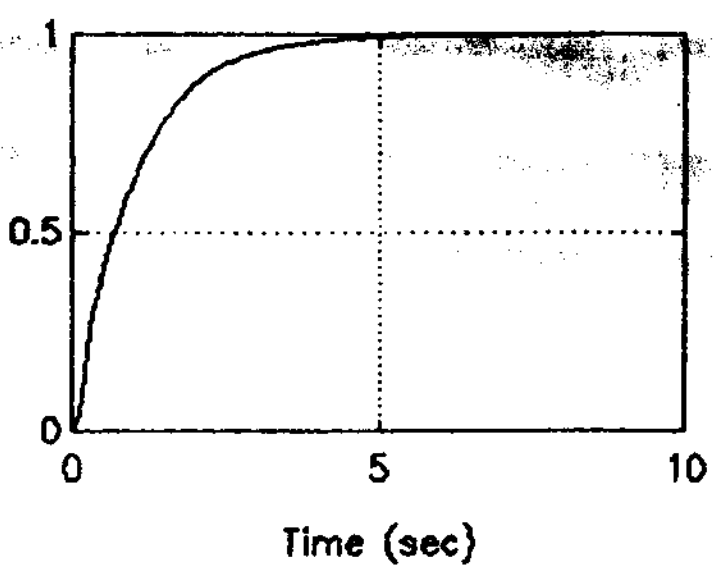
$$G(s) = \frac{10(s+10)}{(s+1)(s^2+10s+100)} \quad (6-17)$$

در ابتدا محل قرارگیری صورت قطب های این تابع تبدیل را در شکل (۶-۵) رسم می کنیم. با توجه به شکل واضح است که قطب در $s = -1$ برآب از قطب متملا دیگر به دور نزدیک آن آمده و فرقی وجود ندارد. چون این سیستم یک قطب مؤثر در اول داشته و مشخصات اصلی آن



شکل (۶-۵) - محل قرارگیری قطب و صفر تابع تبدیل (۶-۱۷)

تقریباً مانند مؤلفه‌های پاسخ یک سیستم درجه اول با قطبی در $s = -1$ خواهد بود. پس انتظار داریم که پاسخ آن چیزی ندانند (یا چیزی کمی دانسته باشد) در زمان مثبت پاسخ پله سیستم نیز تقریباً یک ثانیه باشد. برای تأیید این ادعاها، پاسخ پله سیستم (۶-۱۷) را در شکل (۶-۶) رسم کرده‌ایم. توجه کنید که پاسخ این سیستم بسیار شبیه به پاسخ یک سیستم درجه اول با قطبی در $s = -1$ است و تقریباً قطب مؤثر در این مثال ستا خوب است.



شکل (۶-۶) - پاسخ پله سیستم

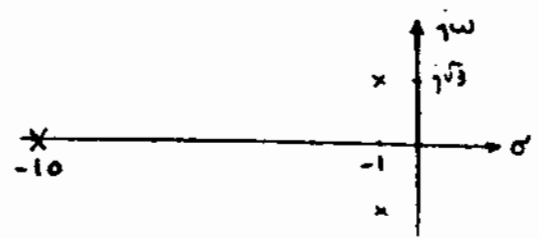
$$\frac{10(s+10)}{(s+1)(s^2+10s+100)}$$

محک قطب‌های مؤثر برای قطب‌های مختلف در دوم نیز قرار است. عمده‌ترین برای یک سیستم
 باید از بردگیری قطب‌ها بر سه مختلف بوده و در نزدیکی این قطب مختلف شعری نیز وجود داشته
 باشد و دیگر قطب‌های سیستم برای است (است این قطب مختلف) از محور سه در باشد. آنچه رفتار
 سیستم تقریباً باشد، مقدار یک سیستم در دوم بوده و قطب مختلف نزدیک به محور سه مشخص شده اصلی
 پاسخ سیستم خواهد بود. در این معین حالتی می‌گیرند که سیستم دارای یک قطب مؤثر در وجه دوم می‌باشد
 برای تعمیم نتیجه این مطلب به دیگر یک مثال فراهم برداشت.

مثال ۲-۴: تابع تبدیل برآوردن فرکانس

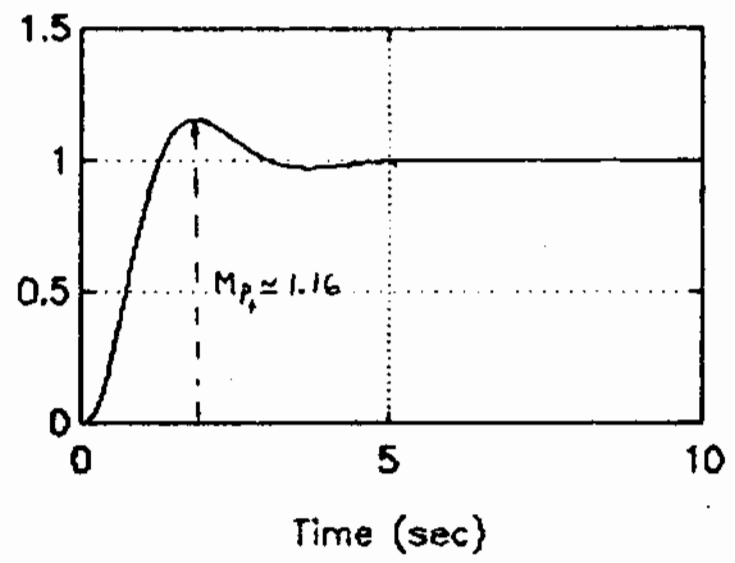
$$G(s) = \frac{40}{(s+10)(s^2+2s+4)} \quad (2-18)$$

محل ژانری صورت قطب‌های این سیستم در شکل (۲-۷) آمده است. البته توجه کنید که این تابع تبدیل
 شعری محدودی ندارد.



شکل (۲-۷) - محل ژانری قطب و صفرهای تابع تبدیل (۲-۱۸)

مانند شکل و مطالب ذکر شده، این سیستم دارای دو قطب مختلف نزدیک به محور سه می‌باشد. این یعنی
 قطب مختلف مؤثر بوده و رفتار پاسخ سیستم تقریباً باشد پاسخ یک سیستم در وجه دوم با قطب‌های در $1 \pm j\sqrt{3}$
 (ریشه‌های $s^2 + 2s + 4$) خواهد بود. برای این قطب‌های مختلف، $\zeta = 0.5$ برابر بوده و ω_n نیز 2
 می‌باشد. پس انتظار داریم که زمان نشست پاسخ سیستم تقریباً ۴ ثانیه $(4/\omega_n)$ بوده و ماکزیمم بیش
 پاسخ پله سیستم برابر با $(1 - \zeta^2)^{-0.5}$ و برابر 0.5م تقریباً 16٪ باشد. پاسخ پله دقیق
 سیستم در شکل (۲-۸) رسم شده است. واضح است که پاسخ سیستم زمان نشستی تقریباً برابر با ۴ ثانیه
 و ماکزیمم بیشی برابر 16٪ دارد پس مقادیر بیش شده برای این سیستم‌ها از روی محل قطب‌های
 سیستم قابل دست‌یابی است.



شکل (۸-۶) - پاسخ به سیستم

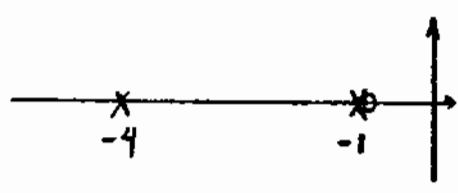
$$\frac{40}{(s+10)(s^2+2s+4)}$$

البته از درعاصده سیارگی از بردگیری قطب (حقیقی یا مختلط) صغری وجود داشته باشد،
 آنگاه این صغر تقریباً با قطب حذف شده و در نتیجه سن ارمعالبه بعضی جزئی تابع تبدیل خواهم
 دید که بهره متعین مرزوا به قطب نزدیک به صفر سن کوهک خواهد بود و این قطب اثر کمی بر روی
 فروری خواهد گذاشت. در این حالت برای انتخاب قطب مؤثر، باید قطب هایی را که در
 فاصله سیارگی از آنها صغری وجود دارد نادیده بگیریم.

مثال ۵-۶: تابع تبدیل یک سیستم حلقه بسته هدیرت زیر است:

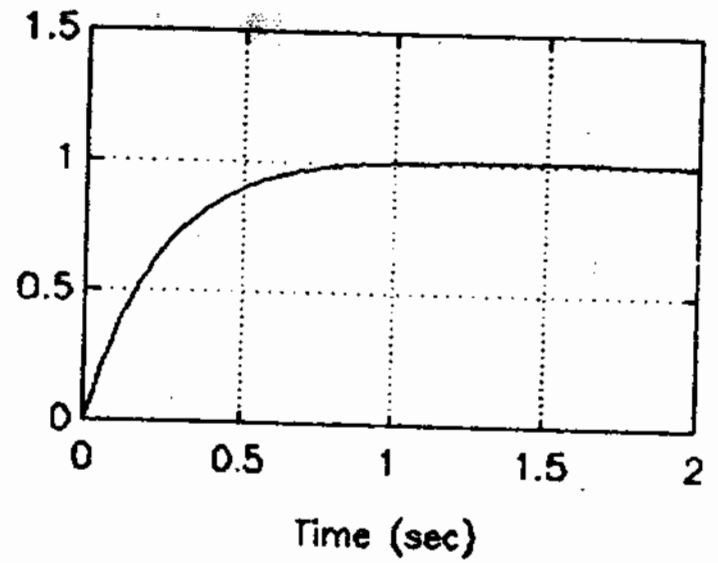
$$G_{cl}(s) = \frac{400(s+0.95)}{95(s+1)(s+4)} \quad (4-19)$$

با استفاده از معیج قطبهای مؤثر درباره شکل پاسخ در زمان نشست آن اظهار نظر کنید.
 محل قرارگیری صغر و قطب این تابع تبدیل در شکل (۹-۶) آمده است.



شکل (۹-۶) - محل قرارگیری صغر و قطب تابع تبدیل (۴-۱۹)

نمود - شکل (۹-۱۷) چون در مامندگی از قطب $s = -1$ صفر $s = -0.95$ قرار دارد، پس از قطب $s = -1$ صفر نوایی کیم و قطب در $s = -4$ ، قطب مؤثر بوده در رفتار پاسخ را مشخص خواهد کرد. پس انتظار داریم تا پاسخ جهش بیشتر از مقدار نهایی (Overshoot) تقریباً دوالت و زمان نشست آن نیز تقریباً ۱ ثانیه باشد ($t_s = 4 \times \frac{1}{4} = 1$). برای تأیید یا عدم تأیید این نکته ها، پاسخ پله سیستم را در شکل (۱۰-۲) رسم کرده ایم. نمودار شکل واضح است که نکته های ادعایی تقریباً صحت دارد. البته توجه کنید که در این مثال پاسخ به مقدار کمی از مقدار ماندگار خود بالا تر رفته و سپس به مقدار نهایی رسیده است. این به دلیل تقریب بودن مبدع قطب های مؤثر می باشد.



شکل (۱۰-۲) - پاسخ پله سیستم

$$\frac{400(s+0.95)}{95(s+1)(s+4)}$$

در این مثال از بخش جرم تابع تبدیل سیستم را هائل کرده که در (۲۰-۲) ذکر کردیم جهت آردم، فراهم داشت:

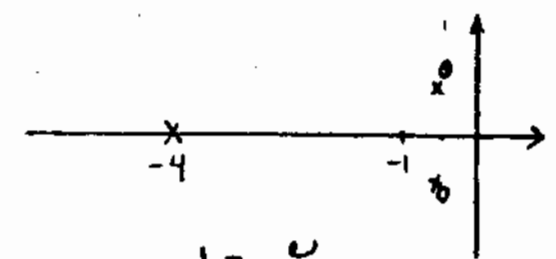
$$G_c(s) = \frac{-0.0702}{s+1} + \frac{4.2808}{s+4} \quad (20-2)$$

اندازه بهره مستقیم جزء اول سمت راست (۲۰-۲) 0.0702 و باشد در حالیکه اندازه بهره مستقیم جزء دوم 1.0702 است و این در سمت راست 15 بایکد می دارند و می توان از جزء اول صفت را به دست آورد. قطب در $s = -1$ و $s = -4$ است. این قطب ها را در پاسخ می بیند.

معین تابع بیلی بی سیستم خنک کننده بصورت زیر است:

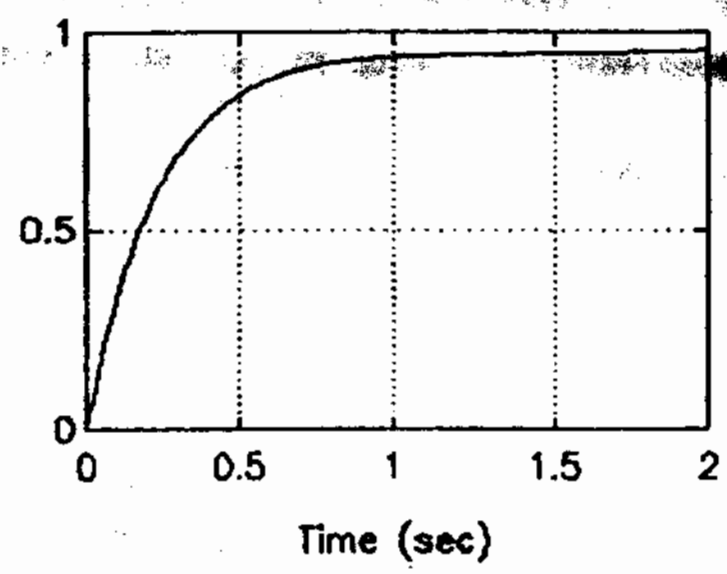
$$G_c(s) = \frac{4(s^2 + s + 1)}{(s+4)(s^2 + 1.1s + 1)} \quad (2-21)$$

با استفاده از مبحث قطبهای مؤثر در زمان شکل پاسخ در زمان نسبت آن افکار فرآیند - محل قرارگیری صفرتقطب این تابع تبدیل در شکل (2-11) آمده است. چون در ماصلاکمی از قطبهای مصلطاً



شکل (2-11) - محل قرارگیری قطب و صفرتابع تبدیل (2-21)

صفوحای مصلطی قرار گرفته است. پس این قطبهای مصلطاً را نادیده گرفته و در نتیجه قطب در $s = -4$ قطب مؤثر بوده و رفتار پاسخ تقریباً همانند پاسخ یک سیستم درجه اول خواهد بود. در زمان نسبت آن نیز تقریباً 1 ثانیه است ($t_s = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$). پاسخ دقیق سیستم طبق سبب (2-21) را بهرودی بله در شکل (2-12) رسم کرده ام. توجه کنید که پاسخ سیستم تقریباً با پاسخ یک سیستم درجه اول است و زمان نسبت آن نیز تقریباً 1 ثانیه است البته مقدار افتی که بین پاسخ بله در زمانهای بین 1 تا 1.5 ثانیه و مقدار ماندگار آن وجود دارد بخاطر از قطبهای مصلطی است



شکل (2-12) - پاسخ بله سیستم $\frac{4(s^2 + s + 1)}{(s+4)(s^2 + 1.1s + 1)}$

که از آنها در هنگام برست آوردن قطبهای مؤثر صرف نظر شده است. البته در این مثال، هر چه ضرایب مختلف به قطبهای مختلف نزدیکتر باشد، پاسخ سیستم به پاسخ یک سیستم در دایره اول ناقصی در $s = -4$ نزدیکتر خواهد شد.

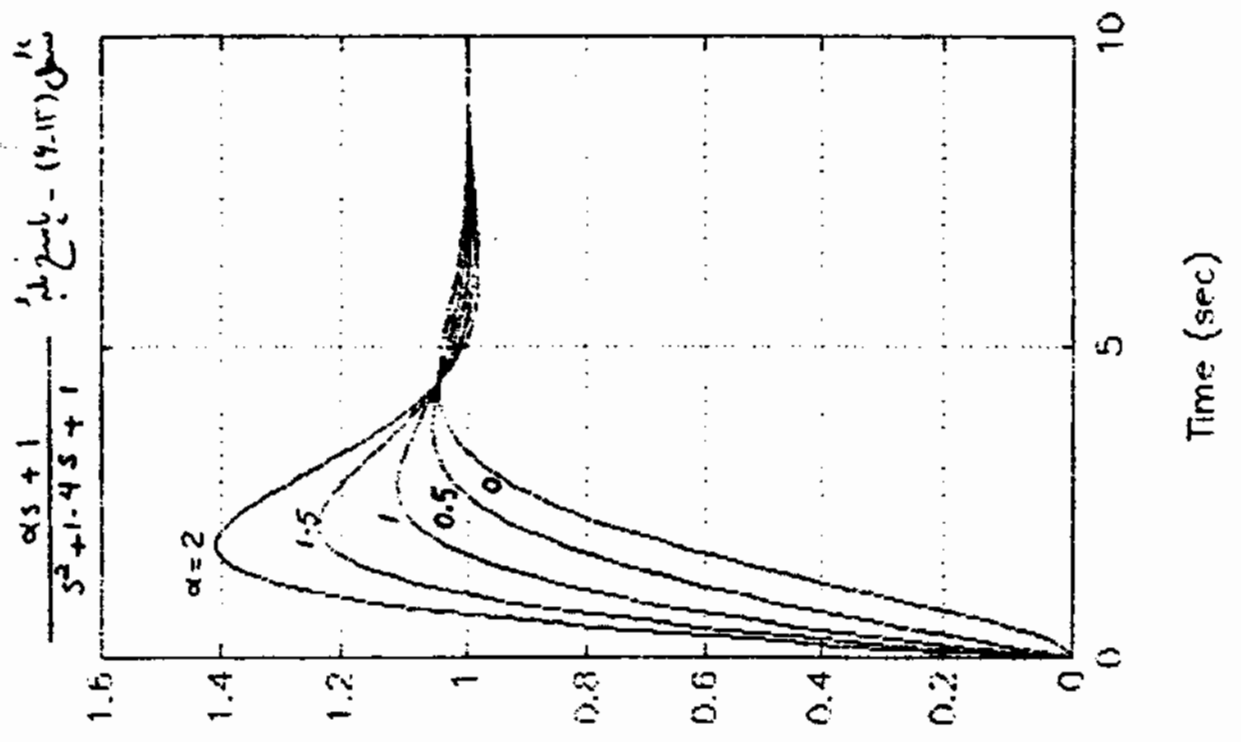
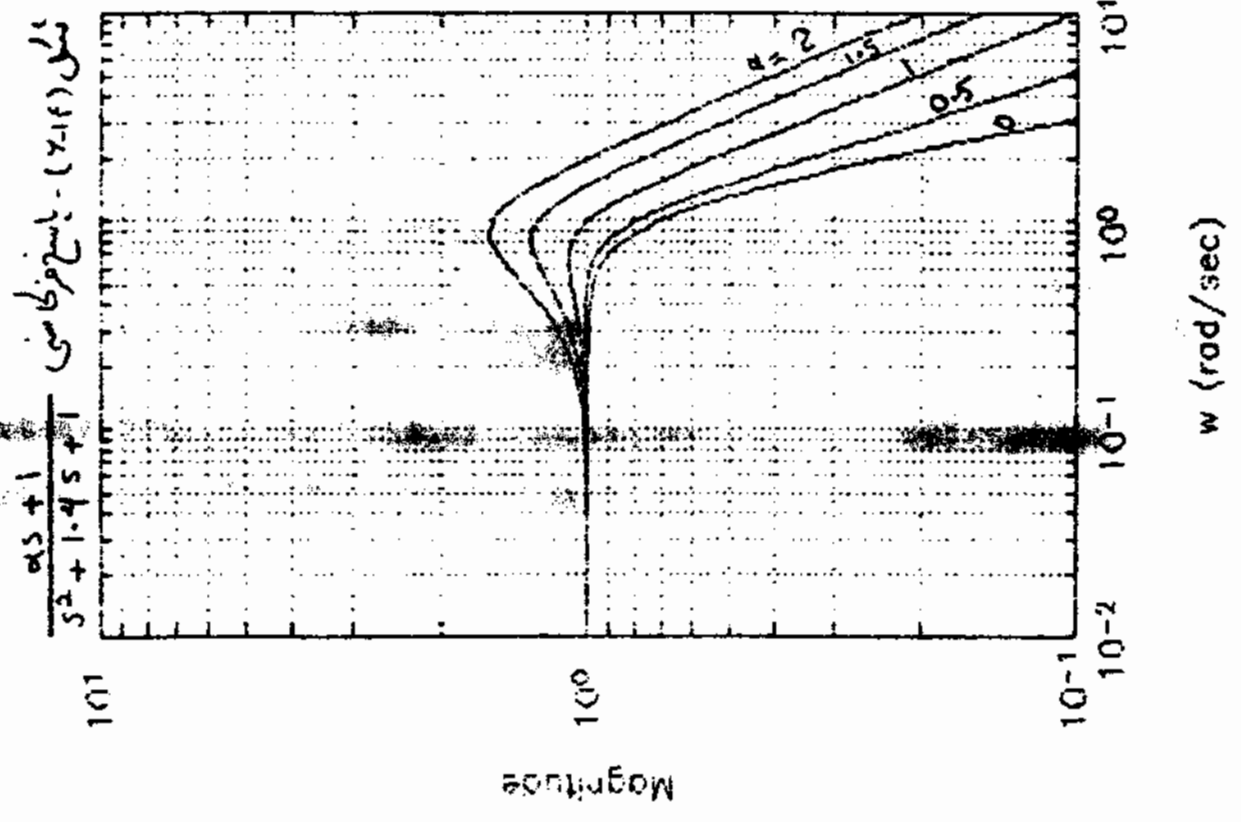
الته الرسیتم ملاده ریک صفت قطب مختلفا، یک صفر حقیقی نیز دالته الیه، تحت شرایطی که در عواصم کرد، صفر حقیقی تأثیر قابل ملاحظه ای را پاسخ به پاسخ فرکانسی سیستم خواهد گذاشت. برای ماسی این موضوع سیستم حلقه بسته زیر را در نظر بگیرید

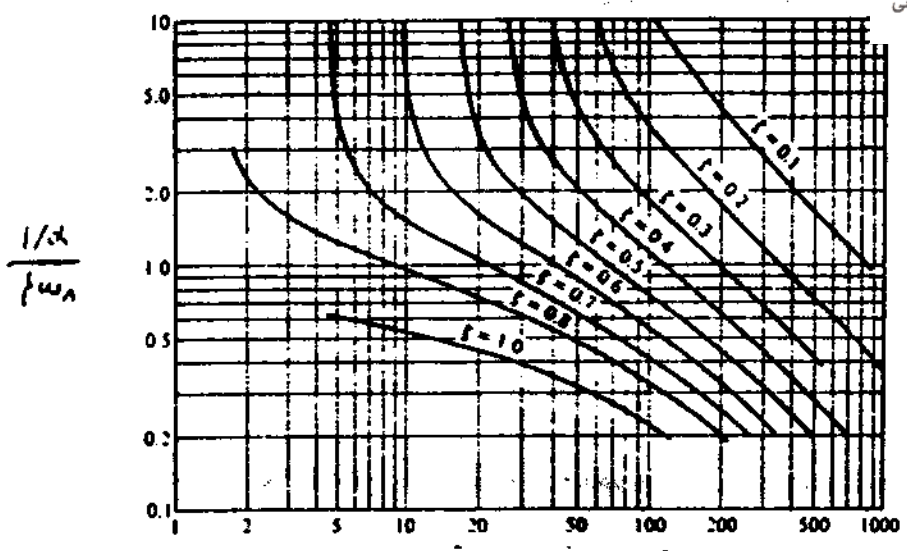
$$G(s) = \frac{\omega_n^2 (s+1)}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (6-22)$$

ای سیستم یک صفر حقیقی در $s = -1/\alpha$ دالته و دو قطب مختلفا نیز در $s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ دارد. سبب تأثیر صفر در افزایش ماکزیمم جیس و کاهش زمان صعود پاسخ به سیستم البته در روی زمان نشست پاسخ به تأثیر حیدانی نمی گذارد. برای ماسی این صفت پاسخ به و پاسخ فرکانسی سیستم (6-22) را فرض $\zeta = 0.7$ و $\omega_n = 1$ برای حید مقدار به بترتیب در شکل های (6-12) و (6-14) رسم کرده ایم. توجه کنید هر چه نسبت $1/\alpha$ (اندازه صفر) به $\zeta\omega_n$ (اندازه مقدار حقیقی قطب مختلفا) کاهش می یابد، اثر صفر بر روی پاسخ به سیستم درجه دوم بیشتر مشهود می شود. البته برای تمامی مقادیر α در شکل (6-13)، زمان نشست سیستم حلقه بسته همراه افزایش ω_n $4/3 \approx 5.71$ تا به استواری نسبت به عمل قرارگیری صفر صورت شکل ندارد.

در حالت کلی اگر $1/\alpha / \omega_n$ از 5 فراتر رود این از 0.5 بزرگتر باشد، آنگاه می توان مقصود (6-14) را نادیده گرفته و مقدار ماکزیمم جیس پاسخ به در زمان صعود فقط از روی محل قطب های مختلفا مخرج حاصلگردد که در فصل 10 توضیح داده ایم، مخالف نمود. البته اگر صفر به اندازه کافی از قطب های مختلفا دور باشد، آنگاه تأثیر خاصی بر روی پاسخ سیستم خواهد گذاشت در مورد (6-15) شکل تغییر ماکزیمم جیس (بر حسب درصد) با نسبت $1/\alpha / \omega_n$ را برای مقادیر مختلف رسم کرده ایم و از روی آن می توان ماکزیمم جیس را در حالت های مختلف محاسبه نمود. نمودار

نمودار تغییر ماکزیمم جیس در شکل های (6-13) و (6-14) و (6-15) را نگاه کنید!



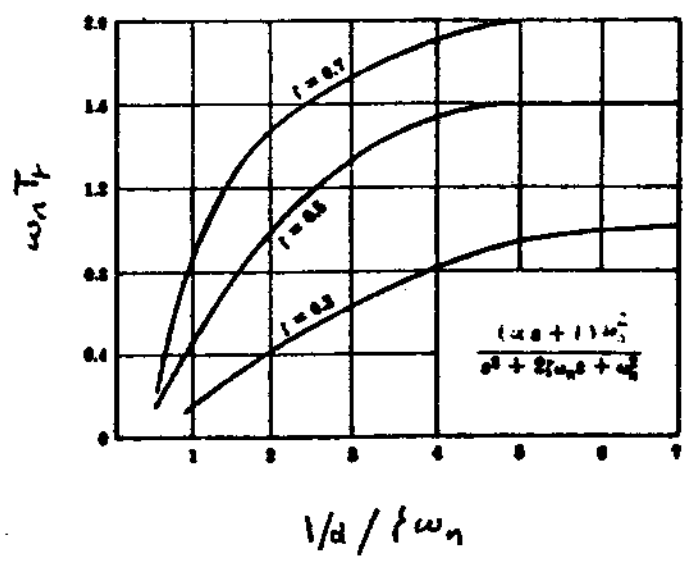


مکانیزم جینی در حین دروس

شکل (7-15) - جینس تغییرات مکانیزم جینی بلوغ (7-22) تاثیر $\frac{1/2}{\rho g H}$ در []

مشامی را از نمایش تغییرات زمان محدود با محل قرارگیری صورتی تبدیل (7-22) در شکل (7-17) آمده است. توجه کنید در اینجا محور عمودی $w_n T_n$ می باشد و T_n نیز همان صعود از 10٪ به 90٪ مقدار

نهایی است .

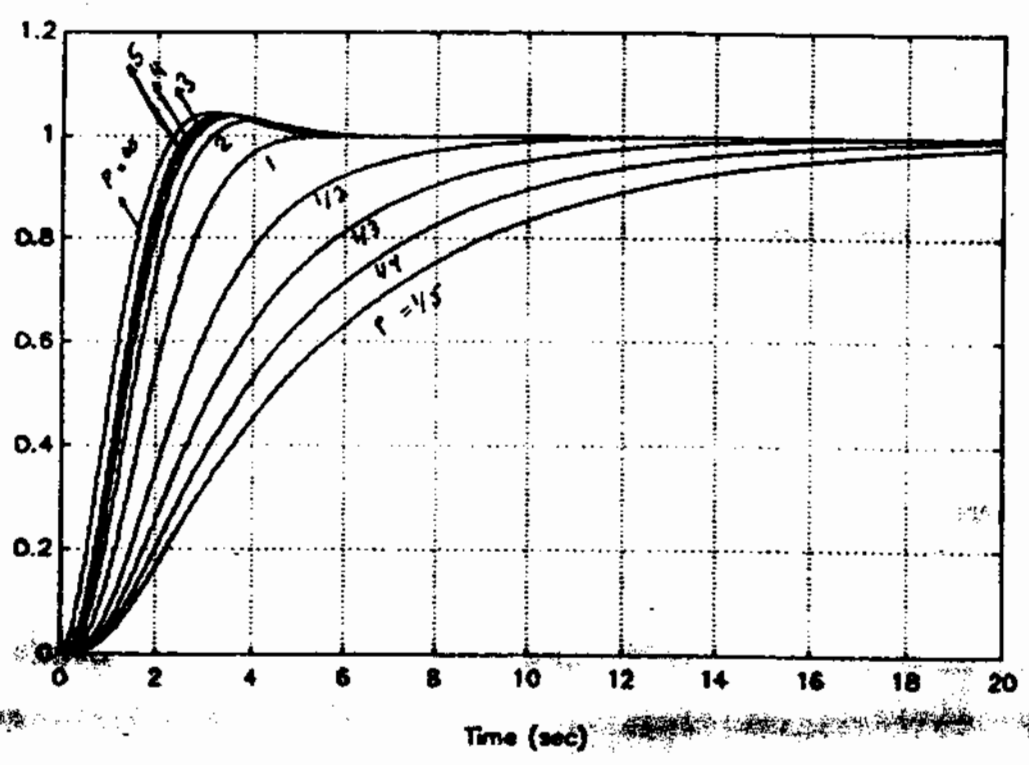


شکل (7-17) - جینس تغییر $w_n T_n$ با $\frac{1/2}{\rho g H}$ در []

در طی این قسمت هداره درباره نزدیک و دور بودن قطعا است - محور $w_n T_n$ مصیبت کرده ام ولی تاکنون معیار دقیقی را از اندازه گیری آن ارائه نکرده ام. برای این اساس بنیتری درباره این عوامل تغییریه ، در ادامه عرض کنید که تابع تبدیلی سیم حلقه است این ضرورت در بیان

$$G_u(t) = \frac{w_0^2 P}{(s+p)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (7-23)$$

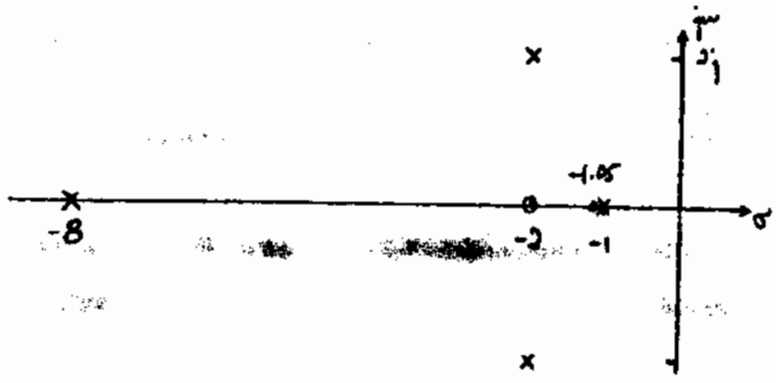
در شکل (7-14) با فرض $\omega_n = \sqrt{2}$ و $\zeta = \sqrt{2}/2$ ، پاسخ پله (7-23) را برای مقادیر مختلف P رسم کرده ایم. اگر P از 5 در کمتر نسبت میرایی کمتری از 0.5 بپذیرد. آنگاه پاسخ تقریباً مانند پاسخ سیستم در دوم با قطعیهای متضاد بوده در آن یقین ماکزیموم و زمان معود می توان قطب حقیقی را نادیده گرفت. منظره از $P/1.5$ کوچکتر از 5/1 باشد، آنگاه پاسخ تقریباً مانند پاسخ یک سیستم درجه اول بوده و قطب حقیقی منفی های پاسخ را یقینی خواهد کرد. ترس کنید در تمامی حالات با فرض $1 \leq P/1.5$ ، پاسخ پله سیستم (7-23) هیچگاه از مقدارهایی آن برتر نخواهد شد (پاسخ از زیر به مقدارهایی خود می رسد).



شکل (7-14) - پاسخ پله $\frac{w_0^2 P}{(s+p)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$ برای مقادیر مختلف P

برای مقادیر دیگر $P/1.5$ ، پاسخ (7-23) ترکیبی از پاسخ جزوهای درجه دوم و درجه اول بوده و می توان از همبستگی از آنها در مقابل دینامی صرف نخواهد کرد. در از متقابل این قطبها بر روی یکدیگر نسبتاً زیاد خواهد بود. در ادامه به ذکر یک مثال برای جمع بندی مطالب این قسمت خواهیم پرداخت.

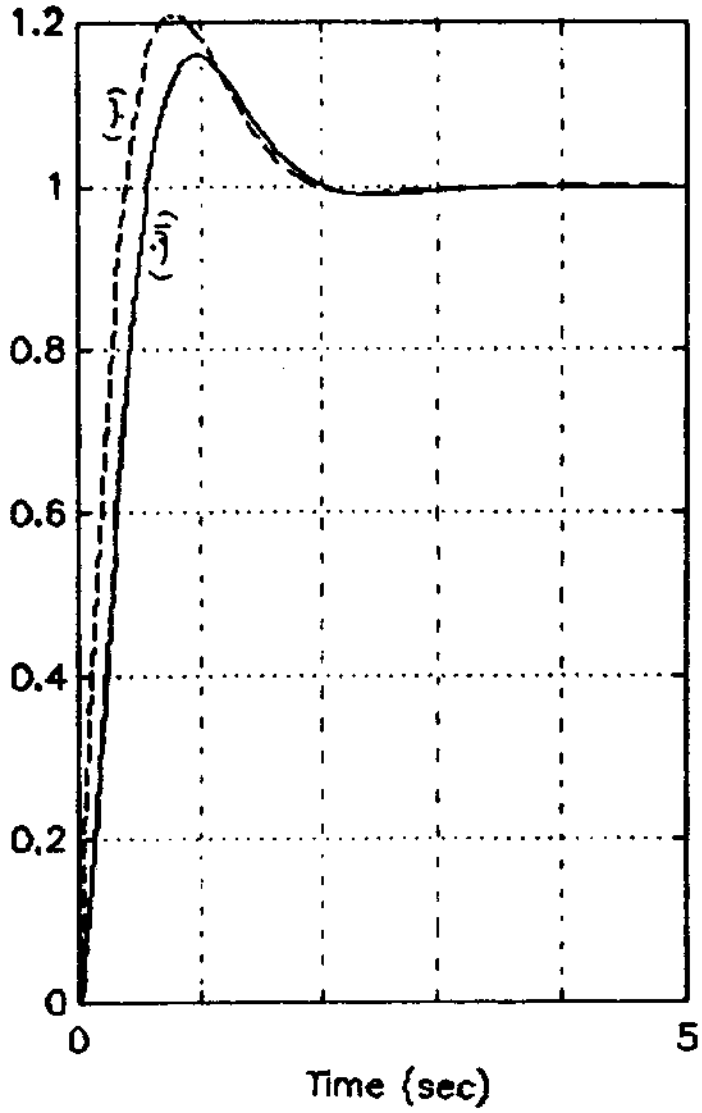
مثال 7-6: محل قرارگیری منور قطب یک سیستم ملتهبه صورت شغل (7.18) است و نحوه مستقیم آن نیز مقدار واحد است. نکته - محل منور قطب ها، زمان نیست و مقدار لازم همین پنج بله سیستم را هدرس زده و تابع تبدیل ساده شده ای برای این سیستم در صورت امکان پیشنهاد کنید.



شکل (7.18) - محل قرارگیری منور قطب های یک سیستم ملتهبه

چون قطب در $s = -1$ بسیار نزدیک به منور در $s = -1.05$ می باشد، پس این منور قطب تقریباً مایه می شود. در این رابطه $s = -1$ مقدار با چیزی د. مردمی ظاهر خواهد شد. این دلیل از قطب $s = -1$ که در دینامیک قطب به محور s می باشد، در تقیین قطب مؤثر صرف نظر خواهیم کرد. قطب های بعدی که نزدیک به محور s می باشد، قطب های مصلط در $2 \pm 2j$ می باشد و چون قطب در $s = -8$ است. قطب های مصلط از محور s دوری باشد (است $8 - 2$)، پس این قطب های مصلط مؤثر خواهد بود. البته منور در $s = -2$ با $s = -8$ فاصله کمتری دارد که ما کاریم پس قطب های مصلط از این یابد. با مراجعه به شکل (7-15) با عرض $\sqrt{2}/2$ و $\omega_n = 1$ نتیجه می گیریم که ما کاریم پس تقریباً 22٪ باشد ($M_{pe} = 0.22$)، مسطور چون فاصله قطب مؤثر تا محور s ، 2 می باشد، پس زمان نشست تقریباً $2 = \frac{4}{2} = 2$ خواهد بود. برای تأیید این ادعاها، پاسخ بله سیستم ملتهبه را در شکل (7-19) رسم کرده ایم. از روی شکل ما کاریم پس تقریباً 18٪ بوده و زمان نشست نیز تقریباً 2 ثانیه است و مقادیر حدس زده شده واقعاً به مقادیر حقیقی نزدیک می باشد. البته علت کم افتادن بین مقادیر حدس زده شده و واقعی فقط وجود قطب در $s = -8$ می باشد که کمی اثر صر $s = -2$ در او این ما کاریم پس را کاهش داده است.

از منور $s = -8$ در مردمی ما کاریم پس تقریباً 20٪ خواهد بود. شکل (7-15) با عرض $\sqrt{2}/2$ و $\omega_n = 1$ ما کاریم پس را



شکل (۶-۱۹) الف - پاسخ دقیق

$$G_{cc}(s) = \frac{33.6(s+2)(s+1.05)}{(s+1)(s+8)(s+2 \pm j2)}$$
 ب - پاسخ نزدیک

$$\hat{G}_{cc}(s) = \frac{4(s+2)}{(s+2 \pm j2)}$$

برای تقریب سیستم حلقه بسته با یک سیستم درجه پایین تر می توانیم از مفهوم قطب مؤثر استفاده کنیم و داریم

$$\hat{G}_{cc}(s) = \frac{4(s+2)}{(s+2 \pm j2)} \quad (6-24)$$

را می توان تقریب سیستم حلقه بسته به یک سیستم درجه پایین تر کرد. (توجه کنید که در این کتاب $s + \sigma \pm j\omega$ مایلر حیدر علی در دو سیستم است که ریسه های آن $s + \sigma + j\omega$ و $s + \sigma - j\omega$ می باشد. به عبارت دیگر

$$(s + \sigma \pm j\omega) \triangleq (s + \sigma + j\omega)(s + \sigma - j\omega) \quad (6-25)$$

$$= (s + \sigma)^2 + \omega^2 = s^2 + 2\sigma s + \sigma^2 + \omega^2$$

عرب 4 در صورت (6-24) به این دلیل انتخاب شده تا به وجه مستقیم (1) باشد تا به وجه مستقیم سیستم حلقه (11) را برسد. بر این اساس وقت تقریباً با سطح (6-24) را نیز در شکل (6-19) رسم کرده ایم. با توجه به اختلاف در (11) و (11) تقریباً (6-24) و دقیقاً تا آبی جری دارد. البته می توان این تقریب را با دور کردن محور در 2.5 متر نیز محسوس کرد. در اینجا به آن خواهیم پرداخت.

در حالتی که در این نکته ضروری است که در بعضی از موارد نسبت فواصل قطبهای سیستم حلقه نسبت به از محور نیز زیاد نبوده و می توان از بعضی از قطبها در مقابل بقیه آنها صرف نظر نمود و در کنار این در ایستگاه سازه ای قابل پیش بینی بوده و محور به رسم با سطح (11) سیستم حلقه هدف اصلی این قسمت بود و آوردن یک دید عمیق در بارها حلقه ای تأثیر بارها در قطبهای مرکز روی با سطح سیستم بوده است و این دید در مراحل مختلف طراحی و دقیقاً یک سیستم بسیار مفید می باشد. در مهم این است که در صورت تراز نبودن شرایط در راه به این نکته باید پاراسترهای مختلف را نیز داد تا شرایط مطلوب حاصل گردند.

4-2 - خلاصه

در این فصل جهت تعیین درجه و قطب های مؤثر را مورد بررسی قرار داده و ذکر شد که تأثیر تمامی قطب های یک سیستم در پاسخ آن به یک مقدار نمی باشد و صورهای تابع تبدیل در تعیین مقدار تأثیر هر قطب نقش بسزایی دارند. بر این صورت آوردن اهمیت هر قطب در تعیین مشخصات پاسخ سیستم می توان پیش فرضی تابع تبدیل را بدست آورد سپس از آن که ما داریم مقدار پاسخ پدیده یا پاسخ فرکانسی آنها برگ می باشد را به عنوان افراد مهم انتخاب نمود. بر این اساس مشخص شد که اگر فاصله بعضی از قطبها نسبت به دیگر قطبها از محور بسیار کم باشد، آن قطبها را نزدیک به محور نیز می توانیم مشخصه های اصلی پاسخ را تعیین خواهند کرد.

بر اساس مطالب ذکر شده در اینجا، عمده در تمام طراحی یک سیستم کنترلی، محدود کردن از صفوی می باشد. شده و بر این دسترس در شرایط مطلوب طراحی، قطب های مؤثر سیستم حلقه (1) که مشخص کننده رفتار پاسخ آن می باشد) باید در این محدوده قرار بگیرد. در فصل بعد نشان خواهیم داد که چگونه با استفاده از روش مکان ریاضی ها می توان میزان کنده را به گونه ای انتخاب کرد تا قطبها مؤثر سیستم حلقه نسبت به محدوده دلخواه قرار داشته باشند.



فصل ۷

طراحی کنترل کننده بر اساس محل قطبها

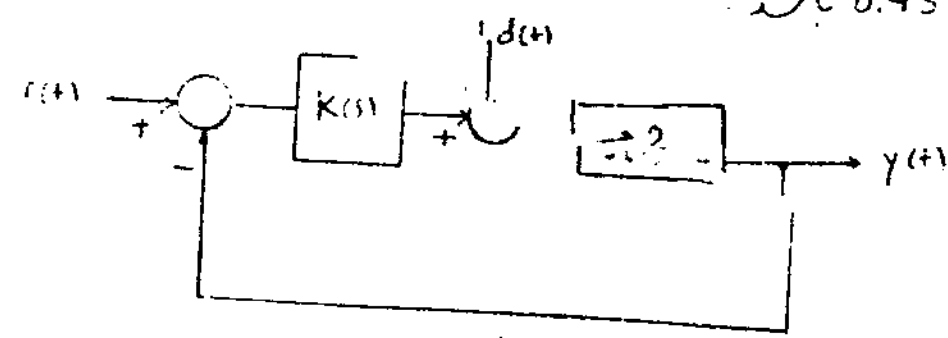
در فصل پنجم ما روش طراحی در حوزه فرکانس آشنا کردیم. همینطور در فصل ششم نشان دادیم که بسیاری از مشخصه‌های رفتار زمانی یک سیستم کنترلی را می‌توان بواسطه جابجایی قرارگیری محل صفر و قطبهای آن بیان نمود. در این فصل درباره جابجایی استفاده از روش مکان ریاضی‌ها برای طراحی کنترل کننده‌ها صحبت خواهیم کرد. در این روش عمدتاً از مشخصه‌هایی مانند زمان نشست، نسبت میزانی قطب مؤثر و فریب خطا برای بیان شرایط مطلوب طراحی استفاده می‌شود و پس از تبدیل این مشخصه‌ها به محل مطلوب قطب‌های مؤثر سیستم، حصران کنده را بدست می‌آوریم. انتخاب می‌کنیم تا قطب‌های مؤثر در محل دلخواه قرار گیرند و فریب خطا مقدار از پیش تعیین شده‌ای را داشته باشند. البته بماند روش طراحی در حوزه فرکانس بیشتر تمرکز ما در این فصل بر روی انتخاب حصران کنده‌های پیش فاز و تقویت کننده آنها خواهد بود و [۴] [۵] [۶] نیز بر این موضوع مناسب برای مطالب این فصل می‌باشند.

۷-۱ - طراحی با استفاده از روش مکان ریسه ها

در این قسمت با استفاده از مثال های متعدد، چگونگی طراحی کنترل کننده با استفاده از روش مکان ریسه ها را به ما آشنی خواهیم نمود. توجه کنید که معیارهای طراحی در روش مکان ریسه ها با معیارهای طراحی در حوزه فرکانس عمده تفاوت است هر چند که هر دو این مشخصات را با تفسیری مناسب یکدیگر تبدیل کرده. به طور مثال در دامنه فرکانس عمده یعنی از مشخصات مطلوب داشتن یک هدف از مناسبت است در حالی که در محدوده ω عمده نسبت میرایی قطب مؤثر کمیتی مهم می باشد ولی همانطور که در قسمت (۲-۴) نشان دادیم، عمده این دو کمیت رابطه نزدیکی با یکدیگر داشته و از روی یکی می توان دیگری را نتیجه گرفت.

در اولین مثال از بهره K و از روی مکان ریسه های معادله مشخصه سیستم حلقه بسته بررسی خواهیم نمود و محدودیت های استفاده از آن را دقیقاً توضیح خواهیم داد. سپس با ذکر دو مثال درباره چگونگی استفاده از صبران کنده پیش فاز برای افزایش سرعت سیستم صحبت خواهیم کرد و در انتها درباره استفاده از صبران کنده پس فاز برای افزایش فرایب خطای سیستم خواهیم کرد.

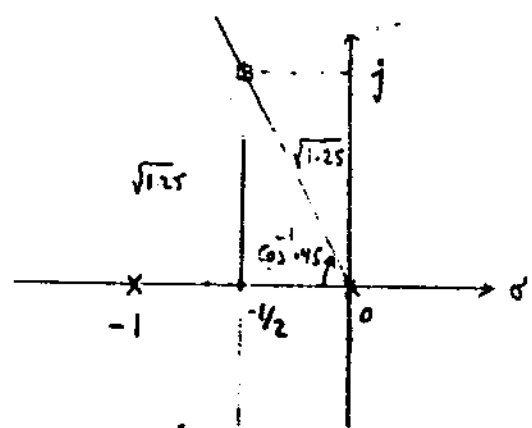
مثال ۷-۱: در سیستم کنترلی زیر صبران کنده $K(s)$ را طراحی کنید که در نقطه مؤثر 0.45 باشد.



شکل (۷-۱) - سیستم کنترلی مثال ۷-۱

در ابتدا مکان ریسه ها را بررسی می کنیم. در شکل (۷-۲) رسم می کنیم. $\zeta = 0.45$ نیز از روی این مکان رسم شده است. از روی شکل واضح است که بهره K می تواند دارد که برای آن نسبت میرایی قطب مؤثر 0.45 باشد. در این مثال ساده، ساده می توان بهره K

7-3
تویست هفتاد و دو
نویسند



شکل (۷-۲) - مکان ریشه معادله منصفه سیستم حلقه بسته

مورد نیاز را از این منظور از روی معادله منصفه سیستم حلقه بسته بدست آورد. در اینجا ما در سری استاره مزاحم کردیم که در حالت کلی نیز کاربرد دارند اولین روش معادله بهره k ، روش ژانگی است. در این روش از روی شکل عمل تلاقی خط $\zeta = 0.45$ با مکان را محاسبه می کنیم. ما استفاده از شکل نقطه تلاقی $\zeta + j\omega = -1/2$ می باشد. برای معادله بهره k ما به شرط اندازه در این نقطه برقرار باشد سمپارت دیگر باید داشته باشیم

$$|K(s)G(s)|_{s=s_0} = 1 \quad (7-1)$$

پس

$$\left| \frac{K(0.2)}{s(s+1)} \right|_{s=-\frac{1}{2}+j} = 1 \quad (7-2)$$

از روی شکل می توان برای $|-1/2 + j|$ و $|-1/2 + j + 1|$ حائزین مورد پس داریم

$$\frac{K(0.2)}{\sqrt{1.25} \sqrt{1.25}} = 1 \Rightarrow k = 6.25 \quad (7-3)$$

الته جواب حاصله در این روش برنا تقریبی است چون اگر مکان ریشه ها دقیق رسم شده باشد، معادله تلاقی خط ثابت ζ در مکان را فقط بتوانیم بصورت تقریبی بدست آورد. روش دیگر محاسبه بهره k ، روش تجلی است. در این روش محل تلاقی خط ثابت ζ را با مکان بصورت تجلی برکت می آوریم. توجه کنید که در این تمام نقاطی که بر روی خط ثابت ζ قرار دارند رابطه زیر بر بی مقدار موهومی ω در حقیقی σ برقرار است

$$\omega = -\sigma \tan \theta, \quad \theta = \cos^{-1} \zeta \quad (7-4)$$

مکان ریشه معادله منصفه سیستم حلقه بسته از رابطه $K(s)G(s) = 0$ یا $K(s)G(s) = -1$ حاصل می شود. $(1) |K(s)G(s)| = 1$ $(2) \angle K(s)G(s) = -\pi$ $(3) \text{Magnitude criterion}$

معادله مشخصه سیستم حلقه سب نیز در این مثال بصورت زیر است

$$s^2 + s + 0.2k = 0 \quad (7-5)$$

ما حایزینی (7-4) در (7-5) در معادله نیرضی برای در مجهول σ در k بدست خواهد آمد که پس از حل، عمل تلامی و بهره مورد نیاز را می توان محاسبه کرد. بطور مثال اگر $k' = 0.2k$ و

$\alpha = 0.5$ آنگاه پس از حایزینی (7-4) در (7-5) داریم

$$(\sigma - j\alpha\sigma)^2 + (\sigma - j\alpha\sigma) + k' = 0$$

$$\sigma^2 - \alpha^2\sigma^2 - j2\alpha\sigma^2 + \sigma - j\alpha\sigma + k' = 0 \quad (7-6)$$

و با صورت قرار دادن قسمت موهومی در صفتی بطور جداگانه داریم

$$\sigma^2 - \alpha^2\sigma^2 + \sigma + k' = 0 \quad (7-7)$$

$$2\alpha\sigma^2 + \alpha\sigma = 0 \quad (7-8)$$

از حل معادله (7-8) داریم $\sigma = 0$ و $\sigma = -\frac{1}{2}$. جواب $\sigma = 0$ مورد نظر نیست چون نقطه تلامی برای

$k = 0$ است. ما حایزینی $\sigma = -\frac{1}{2}$ در معادله (7-7) داریم

$$\frac{1}{4} - \frac{\alpha^2}{4} - \frac{1}{2} + k' = 0 \quad (7-9)$$

$$k' = \frac{1}{4} + \frac{\alpha^2}{4} \approx 1.24$$

پس $k = 6.2$

پس k به 6.2 که نزدیک به همان جوابی است که از روش تقریبی به دست آمده است که همراه از در حالت کلی حل معادلات نیرضی بدست آمده می توان

روش آزمایشی در حل مسائل استفاده کنید. مقایسه کنید، خواهید دید که بهره بدست آمده از نزدیک

از این مثال را با مثال 7-1 مقایسه کنید. در آن مثال

بسیاری از σ در آن مثال با استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بسیاری از σ در آن مثال با استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بسیاری از σ در آن مثال با استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بسیاری از σ در آن مثال با استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بسیاری از σ در آن مثال با استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

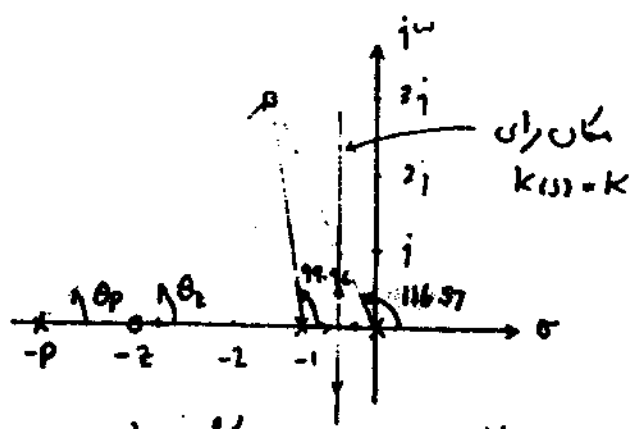
به زمان صعود کاهش خواهد یافت. البته در ایالات خاصاً کاهش K با افزایش K ماکزیم جیس باسج له سیستم حلقه سه نیز افزایش یافته و باسج نوسانی خواهد شد. پس اگر خواهم زمان نشست باسج له سیستم را کاهش دهم نمی توانم فقط از صیران کنده $K(s) = K$ استفاده کنیم. در مثال بعدی نشان خواهیم داد که چگونه با استفاده از صیران کنده پیش فاز می توان زمان نشست سیستم را کاهش داد.

مثال ۷-۲: سیستم مثال قبل (شکل ۷-۱) را دوباره در نظر بگیرید. صیران کنده $K(s)$ را بدین طریقی کنید تا ماکزیم جیس به دردی به ۲۰٪ (ماکزیم باسج له ۱.۲۵) و زمان نشست باسج له سیستم ۸/۳ ثانیه باشد.

از جدول شکل (۱۰-۲) برای اینده $M_p = 1.25$ سود باید نسبت میرایی نصف مؤثر تقریباً ۰.۴۵ سود همپور را بیاید $\zeta = 8/3$ سود باید $\omega_n = 4/3 = \frac{4}{\zeta} = \frac{3}{2}$ سود. با داشتن ω_n و ζ می توان محل دلتوا قطبهای مؤثر را بدست آورد که بسیار انجام عملیات فراهم دالت

$$s_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm j3 \quad (7-10)$$

ماتمه به مکان ریشه ها که در شکل زیر رسم شده است. واضح است که با انتخاب بهره K می توان قطبهای مؤثر را در محل های مشخص شده قرار داد.



شکل (۷-۳) - محل ژانیری قطب ها و صفرها و قطب مؤثر

موانعی که احتیاج به دور کردن قطبها از محور s دالت و همراه قطبها راسته به سمت چپ محور s می آید از صیران کنده پیش فاز استفاده کنیم. ترد کنید که هر چه قطبهای مؤثر از محور s دور تر کنند، زمان نشست سیستم کوتاه تر شده و سرعت آن بیشتر خواهد شد. یا به عبارت دیگر بهای باید

سیستم حلقه سه مرکز فرهاد سید. در ادامه دربارهٔ فیلترهای استفاده از صبران کنده پیش فاز برای قرار دادن قطبهای مؤثر در $\frac{3}{2} + j3$ صحبت خواهیم کرد. برای این منظور فرض کنید

$$K(p) = K \frac{s+p}{s+p} \quad (7-11)$$

برای اینکه $\frac{3}{2} + j3$ یک قطب سیستم حلقه سه باشد، باید به شرط زایدی مکان ریشه‌ها و شرط اندازه

مکان ریشه‌ها در $\frac{3}{2} + j3$ برقرار باشد. در ابتدا شرط زاویه را می‌نویسیم. با مرادف شکل (7-2) داریم

$$\theta_2 - \theta_p - 99.46 - 116.57 = 180 \quad (7-12)$$

پس از حل این رابطه برای $\theta_2 - \theta_p$ خواهیم داشت

$$\theta_2 - \theta_p = 36.03 \text{ (modula } 360) \quad (7-13)$$

(الته درست زاویه رابطه (7-12) می‌توان 180 (2n+1) قرار داد در نتیجه کجایی نهایی تغییر داده نخواهد شد چون مداره $\theta_2 - \theta_p$ را باید بگردانیم محاسبه کنید تا مقدار آن بین 180-

درجه تا 180 درجه باشد و در صورت لزوم باید مضارب 360 درجه را به جواب نهایی اضافه کرده یا از آن کم کنید.) توجه کنید که در (7-12) برای محاسبه $\theta_2 - \theta_p$ از شرط 180 درجه استفاده

کردیم چون می‌خواهیم صفر و قطب صبران کنده را به گونه‌ای پیدا کنیم تا برای $k > 0$ مکان ریشه‌ها از نقطه $\frac{3}{2} + j3$ نگذرد.

پس از محاسبه $\theta_2 - \theta_p$ کافی است که محل صفر را به دلخواه انتخاب کرده و سپس از استفاده

از (7-12) محل قطب صبران کنده را بدست آوریم. چگونه انتخاب محل صفر کنده بسیار مهم است چون (از صفر کنده تا قطب سیستم حذف شود) این صفر خود را در تابع تبدیل از 2-4 شدن داده و بر روی پاسخ گذرای سیستم از فرهاد گذشت و همواره باید از صفر روی

قطب‌های مؤثر در فرهاد است. در این مرفوع بیشتر در مثال بعد توجه خواهیم کرد. در این مثال می‌توان

محل صفر کنده را روی قطب سیستم در $s = -1$ انتخاب کرد. به عبارت دیگر $\theta_2 = 99.46$ انتخاب می‌کنیم. ناچاراً در (7-13) مقدار θ_p را می‌توان مساوی 63.43

$$\theta_p = 63.43 \quad (7-14)$$

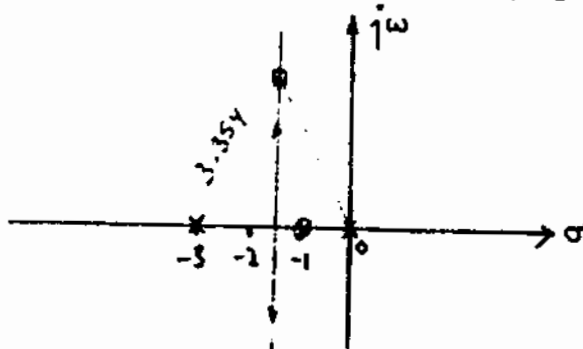
و با استفاده از شکل (7-3) دمی عملیات مثلثاتی خواهیم داشت

$$p = 3 \quad (7-15)$$

پس فرم صبران کنده صورت زیر خواهد بود.

$$K(s) = k \frac{s+1}{s+3} \quad (V-14)$$

مکان ریشه های سیستم حلقه بسته برای مقادیر مختلف بهره K با استفاده از جبران گنده (V-14) در شکل زیر رسم گنده است.



شکل (V-14) - مکان ریشه ها با استفاده از $K(s) = k \frac{s+1}{s+3}$

برای معالجه مقدار بهره K را برقرار دادن قطبهای مؤثر در $3 \pm j\frac{3}{2}$ - گاهی است که از شرط اندازه استفاده کنیم. به عبارت دیگر باید داشته باشیم

$$\left| k \frac{s+1}{s+3} \cdot \frac{0.2}{s(s+1)} \right| = 1 \quad (V-17)$$

$$s = -\frac{3}{2} + j\frac{3}{2}$$

با استفاده از شکل (V-14) می توان برای $|1 - \frac{3}{2} + j\frac{3}{2}|$ و $|1 - \frac{3}{2} + j\frac{3}{2} + 3|$ در رابطه (V-17)

محلیزی نمود. پس از انجام این عمل داریم

$$k = \frac{(3.354)^2}{0.2} = 56.25 \quad (V-18)$$

تابع تبدیل سیستم حلقه بسته با استفاده از این جبران گنده بصورت زیر خواهد بود:

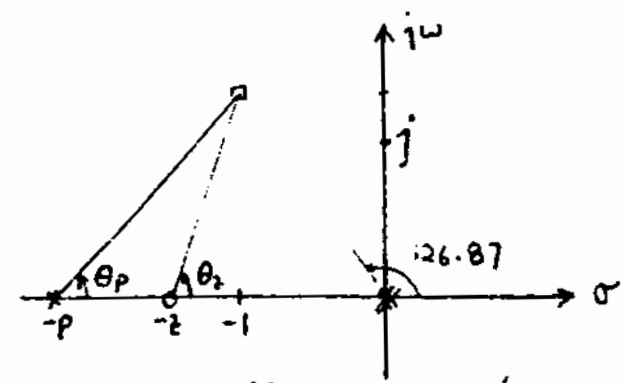
$$G(s) = \frac{11.25}{s^2 + 3s + 11.25} \quad (V-19)$$

این تابع تبدیل مشخصات خواسته گنده را دارا می باشد. توجه کنید که قطب در $s = -1$ فرد را در تابع تبدیل از $d = 1$ - ی نمایش خواهد داد و بر روی حالت گذرای این سیستم متناسب بر روی خروجی نیز خواهد گنده است. البته در اینجا چون ضریب مقعر قطب بین گنده گنده و سیستم در دست پهن بود پس اتفاق افتاده است، از نوا پایداری سیستم حلقه بسته مثلثای ایجا د نخواهد کرد.

مثال ۷-۳: سیستم کُلی (۷-۶) را در فرکانس و صراحت کُله $k(1)$ را بدین‌ای طراحی کنید تا همان نسبت تقریباً ۱۰۱ داشته و ماکزیمم جیس تقریباً ۱۰ باشد. بار افقی به شکل (۱۰۱-۴) برای $M_p = 101$ نسبت میرایی قطب مؤثر تقریباً باید ۰.۶ باشد. علاوه بر این داشتن زمان نشست چهار ثانیه ای ω_n نیز تقریباً باید ۱ باشد. پس از یک سری محاسبات ساده، ω_n با قطب مؤثر باید تقریباً $\frac{5}{3}$ بوده و $\omega_n^2 = \frac{1}{k(1) - 1}$ با قطب مؤثر نیز $\frac{4}{3}$ باشد. پس محل دلتاه قطب های مؤثر ضرورتاً در است:

$$s_1, s_2 = -1 \pm j\frac{4}{3} \quad (7-20)$$

راضح است که برای $K(1) = K(0)$ ، قطب های سیستم حلقه بسته در روی محور s قرار گرفته و می توان قطب های مؤثر سیستم حلقه بسته را در محل های مشخص شده در (۷-۲۰) قرار داد. برای کسین قطب های سیستم به سمت چپ محور s باید از یک صراحت کننده پیش باز استفاده کنیم.



شکل (۷-۵) - محل قرارگیری قطب ها و صفرها

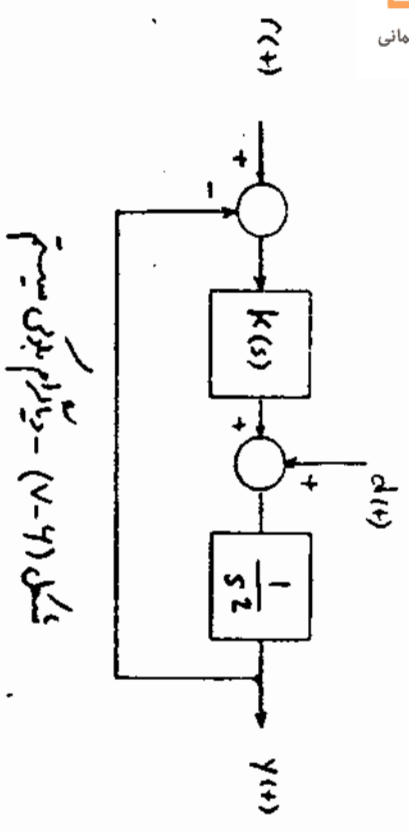
بار افقی به شکل (۷-۵) برای برآوردن شرط ۱۸۰ درجه باید دالته بالیم

$$\theta_z - \theta_p - 126.87 - 126.87 = -180 \quad (7-21)$$

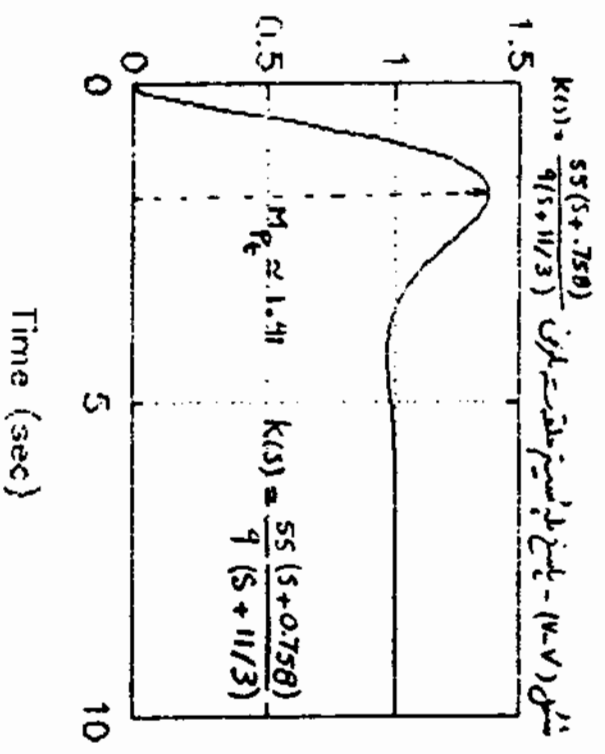
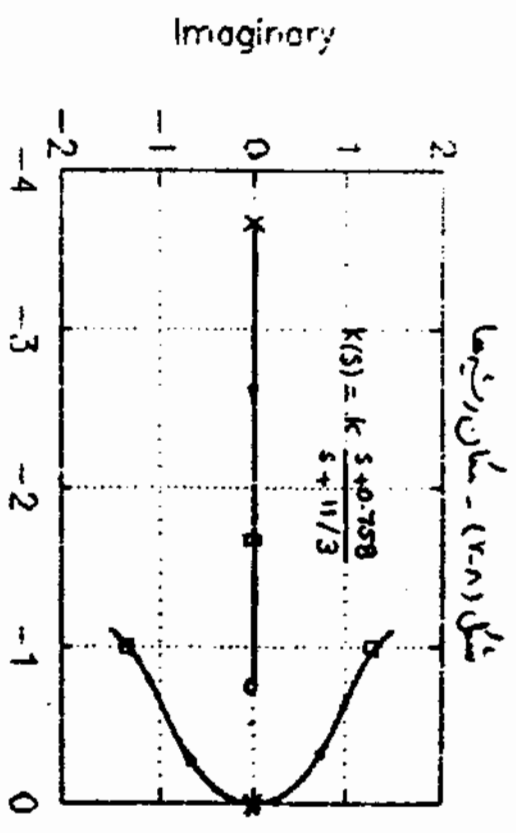
و یا معادلاً

$$\theta_z - \theta_p = 73.74 \quad (7-22)$$

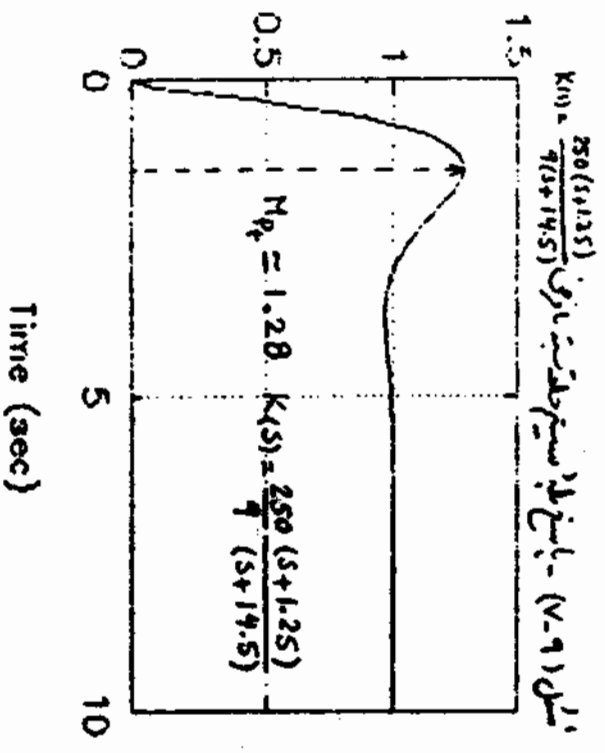
رای محاسبه محل ضرورتاً صراحت کننده در این مثال باید به نکات متعددی توجه کنیم. یکی از نکات مهم این است که نسبت M_p به ω_n تا حد امکان باید کوچک نگاه داشته شود تا سافت کنترل کننده ساده تر گردد. همچنین صفر صراحت کننده نباید ماکزیمم جیس قطب مؤثر را بیش از حد افزایش دهد.



شکل (۷-۶) - دیگرام بلوک سیستم

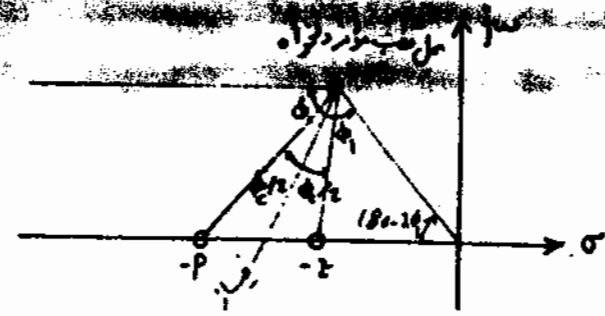


شکل (۷-۷) - پاسخ پله سیستم نقطه‌ای برای $K=1$



شکل (۷-۹) - پاسخ پله سیستم نقطه‌ای برای $K=250$

برای مینیم کردن سنت P - z میدان در حالت کلی ضرورت زیر عمل کرد [7-10]. از محل قفب نمودار دوزاه
 یک خط به موازات محور حقیقی و قطبی دایره به مرکز صفر z رسم می‌کنیم. سپس نیاز زاویه θ این دو خط را هائیک که در شکل (7-10) نمایش داده شده رسم می‌کنیم. اگر مقدار زاویه دوزاه $\theta_p - \theta_m$
 را با ϕ نمایش دهیم، آنگاه در خط در دو طرف میانه بازاد $\phi/2$ رسم می‌کنیم. عمل برخورد این دو
 خط با محور حقیقی، محل صورت قفب عالی صبران گنده پیشی فلز خواهند بود.



شکل (7-10) - محل صورت قفب صبران گنده برای α کینه

در این مثال برای مینیم کردن سنت P - z با استفاده از یک سری محاسبات مثلثاتی در شکل (7-11)
 مراهم دالکت

$$P = 11/3$$

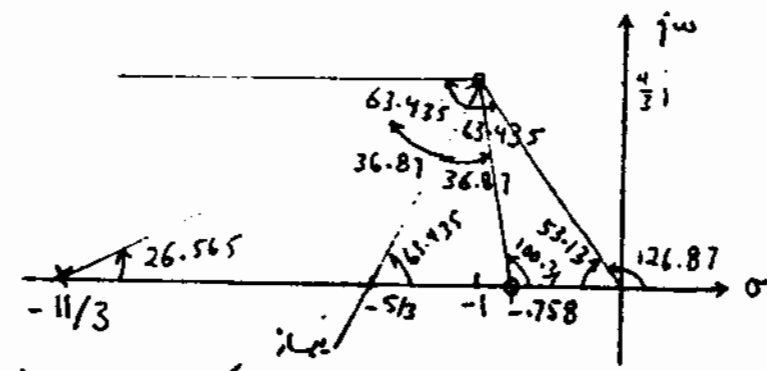
$$z = .758$$

(7-22)

مکان ریشه‌های معادله مخفف سیستم حلقه بسته موزی

$$K(s) = K \frac{s + .758}{s + 11/3} \quad (7-21)$$

در شکل (7-8) رسم شده است. برای به دست آوردن بهره K مورد نیاز برای قرار دادن قطبهای
 موزر سیستم حلقه بسته در $1 \pm j/3$ از شرط اندازه استفاده می‌کنیم. با استفاده از این شرط داریم



$$\left| k \frac{s+0.758}{s+11/3} \cdot \frac{1}{s^2} \right|_{s=-1+j\frac{4}{3}} = 1$$

در پایان انجام محاسبات خواهیم داشت:

$$k = 55/9 \quad (7-26)$$

و در نتیجه، ضرایب گسسته نهایی ضرورت

$$K(s) = \frac{55}{9} \frac{s+0.758}{s+11/3} \quad (7-27)$$

خواهد بود. تابع تبدیل سیستم حلقه بسته نیز ضرورت زیر است:

$$G_p(s) = \frac{55}{9} \frac{s+0.758}{(s+\frac{5}{3})(s+1 \pm j\frac{4}{3})} \quad (7-28)$$

محل قطبهای سیستم حلقه بسته در شکل (7-8) با علامت 0 مشخص شده است. باسج بله سیستم حلقه بسته نیز در شکل (7-7) رسم شده است. با توجه به شکل واضح است که ماژیم جیس از 40٪ نیز بیشتر است و این مقدار برایت بررکترا از 10٪ مورد تقوای باشد. علت این تفاوت خاص وجود ضریب گسسته پهنی مار در ردیفی قطب مؤثری باشد. توجه کنید که صفر سیستم حلقه باز و حلقه بسته باشد یکدیگر بوده و این صفر ماژیم جیس قطب مؤثر را همانطوریکه در فصل ششم پیش بینی کرده بودیم افزایش داده است. البته قطب سیستم حلقه بسته در 5/3 - اندازه کافی به محل صفر سیستم نزدیک نباشد تا بتواند اثر آن را روی باسج بله سیستم خنثی کند.

رای کا هکما از صفر ضرایب گسسته ورودی ماژیم جیس امید تا حد امکان این صفر را از محل قطبهای مؤثر دور کنیم. البته برای روار شدن رابطه (7-22) میتوانیم ج را بیش از حد بزرگ انتخاب کرد. یک مقدار مناسب برای ج، 1.25 بر باشد. ما این انتخاب داریم:

$$\theta_z = 79.38 \quad (7-29)$$

و با جایزینی در رابطه (7-22) خواهیم داشت $\theta_p = 5.64$ و از روی θ_p میتوان محل قطب ضرایب گسسته را معالنه نمود. پس از انجام عملیات داریم:

$$p = 14.5 \quad (7-30)$$

وس از ابعاد شرط اندازه

$$\left| k \frac{s+1.25}{s+14.5} \cdot \frac{1}{s^2} \right|_{s=-1 \pm j} = 1 \quad (7-21)$$

خواهیم داشت:

$$k = 250/9 \quad (7-22)$$

و نهایتاً صبران کنده پیش فاز مورد نیاز ضرورت زیر خواهد بود:

$$K(s) = \frac{250}{9} \frac{s+1.25}{s+14.5} \quad (7-23)$$

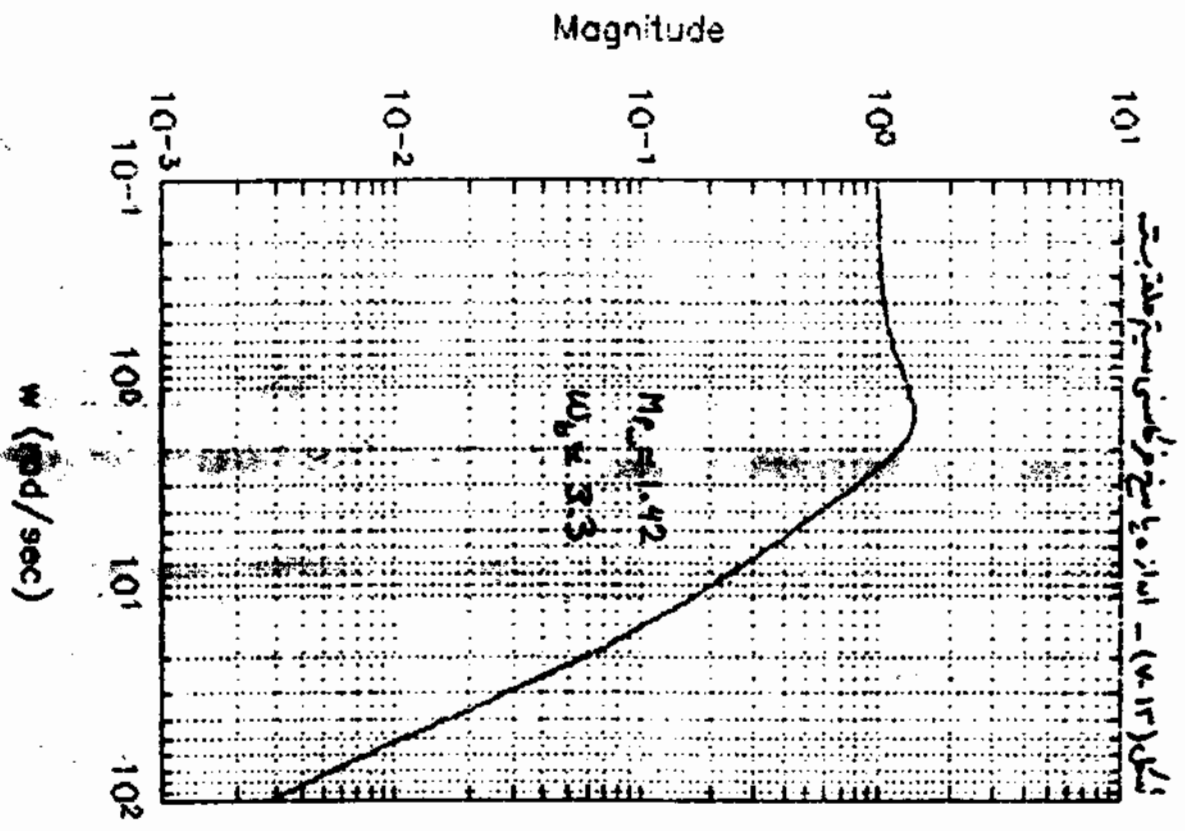
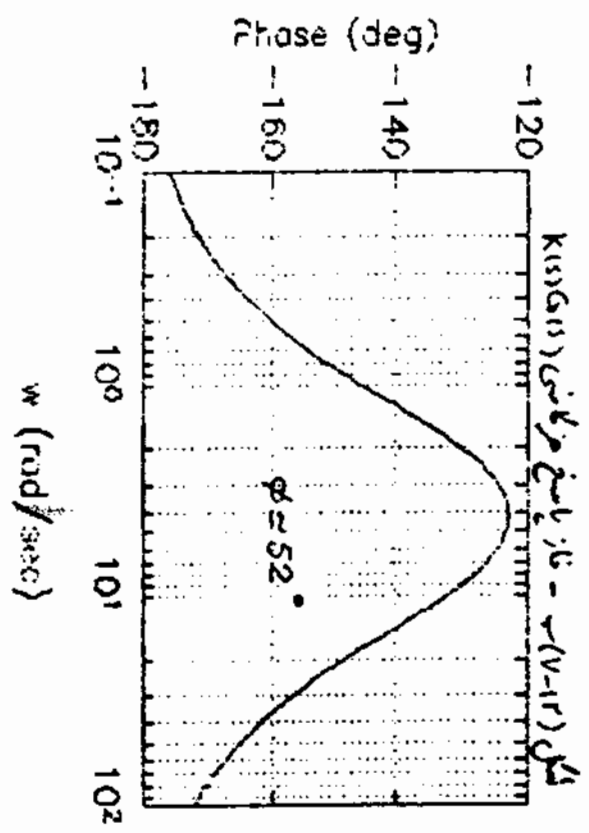
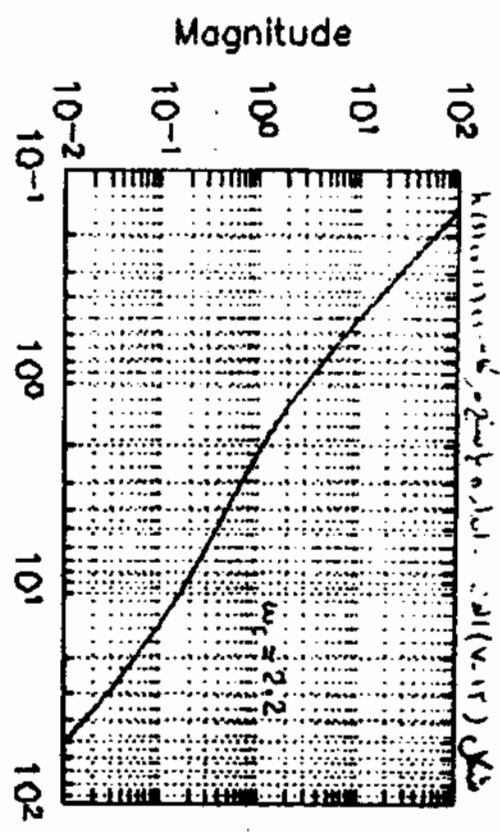
با استفاده از این صبران کنده، تابع تبدیل سیستم حلقه بسته ضرورت زیر خواهد بود:

$$G_{sys}(s) = \frac{250 (s+1.25)}{9 (s+12.5) (s+1 \pm j)} \quad (7-24)$$

شکل ۴

باسف بله سیستم حلقه بسته در شکل (۷-۹) رسم شده است. با مقایسه (۷-۷) و (۷-۹) واضح است که ما کسین سیستم صفر صبران کنده به طرف سمت چپ محور سبز، ما داریم چسب باسف بله سیستم حلقه بسته کاهش یافته است. با توجه به این مثال واضح است که کمینه کردن نسبت p به z صبران کنده پیش فاز لزوماً بهترین استراتژی نبوده و پارامترهای مهمتری باشد ما داریم چسب باسف بله در طولانی انتخاب صفر قطب صبران کنده پیش فاز دقت می یابند.

در این مثال بفرموی، درصین صبران کنده پیشنهادی نیز شرایط طراحی را برآورده می کند چون ما داریم چسب باسف بله سیستم حلقه بسته در این حالت 28٪ است و این از مقدار دلخواه 10٪ بیشتر است. البته علت این ما داریم چسب بزرگ، نزدیک بودن صفر صبران کنده در قطب های مؤثر سیستم است. نکته جالب این است که مقدار ما داریم چسب را می توان از روی باسف فرکانسی سیستم بر پیش بینی نمود. برای این منظور باسف فرکانسی $G(s)K(s)$ (بهره حلقه) و سیستم حلقه بسته را ترتیب در شکل های (۷-۱۲) و (۷-۱۳) رسم کرده ایم. با استفاده از باسف فرکانسی سیستم حلقه بسته واضح است که در مدار تقریباً 52 درجه در فرکانس 0.5 rad/sec نیز 2.2 است. با استفاده از رابطه تقریبی در مدار و نسبت بزرگی استیجی داریم که نسبت میرایی قطب مؤثر تقریباً 5.5 بوده و با استفاده از شکل (۷-۱۰) ما داریم چسب باسف بله تقریباً 17٪ خواهد بود که البته این مقدار کمی از مقدار واقعی 28٪ فرکانس در مدار از به دست فرکانس بسته حلقه است (رایج است).



توجه کنیم، ماژیم مقدار پاسخ فرکانسی 1.42 می باشد و از به شکل (۱۰-۴) مراجعه شود. در اینجا ماژیم جوش پاسخ به تقریباً ۱.27 خواهد بود که - مقدار واقعی ۰.۵۸ بسیار نزدیک است. ما توجه به ماژیم مقدار پاسخ فرکانسی و شکل (۱۰-۴) می توانیم بگویم که جفا و بود صفر در نزدیکی قطب مؤثر، نسبت میرایی قطب مؤثر به ۰.38 کاهش یافته است و این جوش زیاد به دردی بله را باعث شده است. (در اینجا دوباره مردی رابطه بسیار نزدیک H_p و H_p تولید می کنیم و این رابطه در مورد سیاه از سیخ ها برقرار می باشد و این مثال نیز نمایانگر این حقیقت است.)

بعلاوه با استفاده از شکل (۱۸-۴) مقدار $\omega = 0.38$ داریم $\omega t_p = 9$ و چون $\omega t_p = 2.2$ می باشد پس زمان نشست تقریباً باید 4.1 ثانیه باشد و این مقدار به مقدار واقعی که از شکل (۹-۷) اندازه گیری می شود بسیار نزدیک است.

حال برای اینکه ماژیم جوش پاسخ بله را کاهش دهیم می توان نسبت میرایی قطب مؤثر را کمی زودتر از مقدار مورد امتیاج انتخاب کنیم (به عنوان نمونه $\omega t_p = 1/2$) و پس از دو جبران کننده پیش فاز سری رای قرار دادن قطبهای مؤثر در محل های تعیین شده استفاده کنیم. با این عمل می توان مغزهای جبران کننده را هر چه در درازتر از قطب های مؤثر سیستم قرار داد و از افزایش ماژیم جوش پاسخ بله سیستم حلقه بسته جلوگیری کرد. جزئیات طراحی این جبران کننده را به عهده خواننده می لازم. در اینجا دوباره ذکر این نکته ضروری می شود که طراحی یک سیستم کنترلی از مراحل مختلف که تمامی شامل آزمون خطای نیز می شود تشکیل شده است و در اولن انتخاب کنترل کننده عمده تمام شرایط مطلوب طراحی برآورده می شود ولی با استفاده از روش های ژرداری شده در اینجا می توان سیستم به کنترل نهایی دست یافت و تعداد آزمون های لازم را تا حد زیادی کاهش داد.

در ادامه این قسمت درباره جلوبندی استفاده از جبران کننده پس فاز در روش طراحی مکان ریه ها صحبت خواهیم کرد. همانطور که در قسمت (۳-۵) ذکر شد، از جبران کننده پس فاز به تقریباً همانند استرال لیر عمل می کند در افزایش فریب خطا و در نتیجه کاهش خطای ماندگار سیستم استفاده می کنیم. در اینجا فرض خواهیم کرد که با استفاده از یک جبران کننده مناسب (مانند جبران کننده پیش فاز) قطبهای مؤثر سیستم حلقه بسته را در محل مناسب قرار داده ایم و می خواهیم با استفاده از یک جبران کننده پس فاز در داخل حلقه کنترلی افزایش خطای سیستم را افزایش دهیم و در همین حال تغییر معده سی نیز در محل قطب های

سپه ایجاد کنیم. برای این منظور فرض کنیم که با استفاده از صران کننده $k_1(s)$ قبض مؤثر

سیستم حلقه بسته را در $s = s_0$ قرار داده ایم. به عبارت دیگر

$$1 + G(s_0) k_1(s_0) = 0 \quad (7-35)$$

رای برقرار بودن رابطه (7-35) شرط اندازه در راوی باید برقرار باشد. یعنی

$$|G(s_0) k_1(s_0)| = 1 \quad (7-36)$$

$$\angle G(s_0) k_1(s_0) = \pi \quad (7-37)$$

حال اگر $s = p$ در صران کننده

$$\bar{k}(s) = \frac{s + z}{s + p} \quad (7-38)$$

نویس این انتخاب نمودیم و البته باید

$$|\bar{k}(s_0)| = 1 \quad (7-39)$$

$$\angle \bar{k}(s_0) = 0$$

آنگاه به تئوری مقدار مقصد سیستم حلقه بسته با استفاده از صران کننده $\bar{k}(s)$ نیز خواهیم دید چون داریم

$$|G(s_0) k_1(s_0) \bar{k}(s_0)| = |G(s_0) k_1(s_0)| |\bar{k}(s_0)| = 1 \quad (7-40)$$

$$\angle G(s_0) k_1(s_0) \bar{k}(s_0) = \angle G(s_0) k_1(s_0) + \angle \bar{k}(s_0) = \pi$$

همینطور فرض کنید که فریب خطای سرعت (k_v) با استفاده از صران کننده $k_1(s)$ مقدار محدود و نیز k_v^{old} را داشته باشد، یعنی

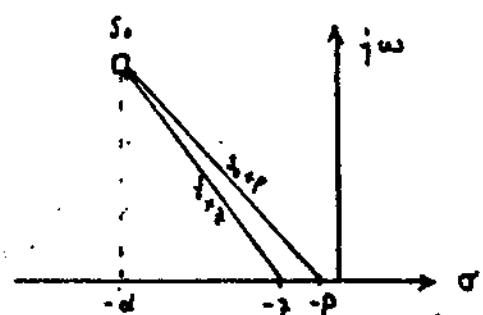
$$k_v^{old} = \lim_{s \rightarrow 0} s k_1(s) G(s) \quad (7-41)$$

سپس اعداد کردن $\bar{k}(s)$ در حلقه بسته می خواهیم داشت

$$k_v^{new} = \lim_{s \rightarrow 0} s \bar{k}(s) k_1(s) G(s) = \frac{z}{p} k_v^{old} \quad (7-42)$$

و مشاهده می شود که با انتخاب مناسب z/p می توان فریب خطای سرعت را افزایش داد و در صورت برقرار بودن (7-39)، اصل قبض مؤثر $\bar{k}(s)$ تغییر میدان نخواهد کرد. در ادامه نشان خواهیم داد که می توان z و p را به گونه ای انتخاب کرد تا (7-39) برقرار بوده و نسبت z/p نیز مقدار قابل توجهی داشته باشد.

رای این منظور شکل (7-14) را در نظر بگیرید. حال اگر مقدار z و p را به گونه ای انتخاب کنیم که $0 < p < z$ ، رابطه (7-39) برقرار بوده و نسبت z/p نیز بزرگتر از 1



شکل (۷-۱۴) - محل قرارگیری صفوح قطب جبران کننده پس مارشنت به قطب مؤثر

خواهد بود و نتیجه مطلوب به دست آمده است. البته همواره باید محل قطب های سیستم حلقه بسته را در دسترس خود داشته باشیم که قطب مؤثر را از طریق ماندن است. توجه شود که قطب جبران کننده پس باز که در نزدیکی محور صفوح قرار دارد، پس از بستن حلقه پس خود به نزدیکی صفوح جبران کننده پس باز رفته و چون سرعت پس خود تغییر مکان می دهد، از قطب حلقه بسته را که در نزدیکی محور صفوح قرار دارد تقریباً خنثی فراهم کرد و این قطب کند خود را در فرقی آنچنان نمایش نخواهد داد. در ادامه به ذکر یک مثال فراهم پرداخته می شود.

مثال ۷-۲: مثال (۷-۱) را دوباره در نظر بگیرید و فرض کنید علاوه بر مقدار ۰.۹۵ برای

نسبت میرایی قطب مؤثر، حداقل مقدار مطلوب برای ضریب ضرایب قطب (K_v) نیز ۱۰ باشد. در مثال (۷-۱) نشان دادیم که جبران کننده

$$k(s) = 6.25 \quad (7-42)$$

قطب های مؤثر را در $z \pm \frac{1}{2}$ قرار داده نسبت میرایی قطب مؤثر مقدار مطلوب ۰.۴۵ خواهد بود. با استفاده از این فرای جبران کننده داریم

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s |G(s)| = \frac{0.2}{5(s+1)} = 1.25 \quad (7-43)$$

و این از مقدار دلخواه کمتر است. برای افزایش مقدار K_v به مقدار دلخواه کافی است که نسبت صفوح قطب جبران کننده را از رابطه زیر بدست آوریم

$$\frac{z}{p} = \frac{K_v^{new}}{K_v^{old}} = \frac{10}{1.25} = 8 \quad (7-44)$$

قطب مرکز (a) $\frac{1}{2}$ است. پس محورهای کشنده را در $\frac{1}{2}$ - $(\frac{4}{10} = \frac{2}{5})$ انتخاب می کنیم.
 البته هر دو محور همان کشنده - محور 30° رویت می باشد از آن رو روی تغییر مکان قطب مرکز کشنده خواهد بود
 دومی باشد خواهد شد که یک مورد بسیار کند هر چند که مقدار ثابت خود را در درجه نشان دهد و بهتر
 است که محور همان کشنده پس ما را جلی نزدیک - محور 30° انتخاب کنیم (ست $\frac{30}{2}$ را پیش از همه
 در انتخاب کنیم. توضیحات نیز در مورد این مطلب در قسمت (3-15) آمده است.
 با انتخاب محورهای کشنده در راستای ست صورت قطب همان کشنده است پس می توان محل قطب محور
 کشنده را بدست آورد و پس از انجام عملیات خواهیم داشت $p = \frac{1}{160}$ و محورهای کشنده به عبارتی
 در مطلوب صورت زیر خواهد بود.

$$K_{(1)} = \vec{K}_{(1)} K_{(1)} = \frac{5 + 1/20}{5 + 1/160} \times 6.25$$

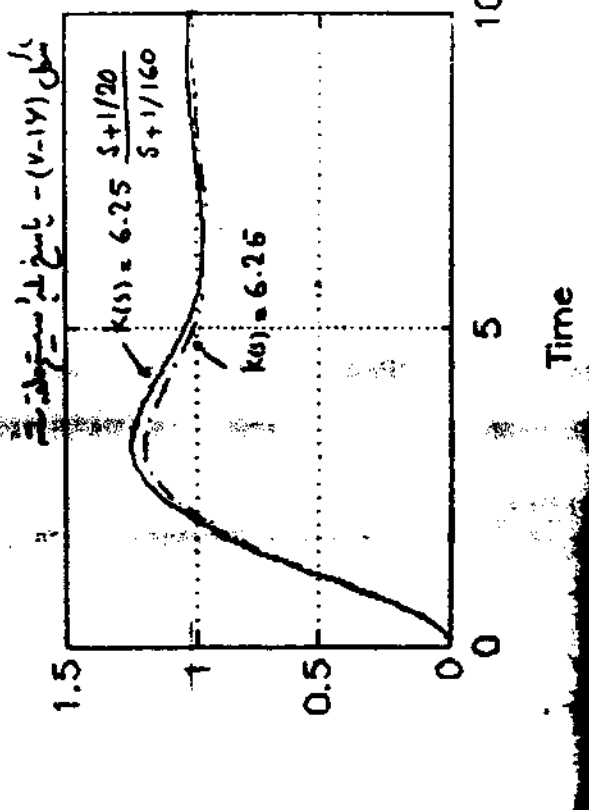
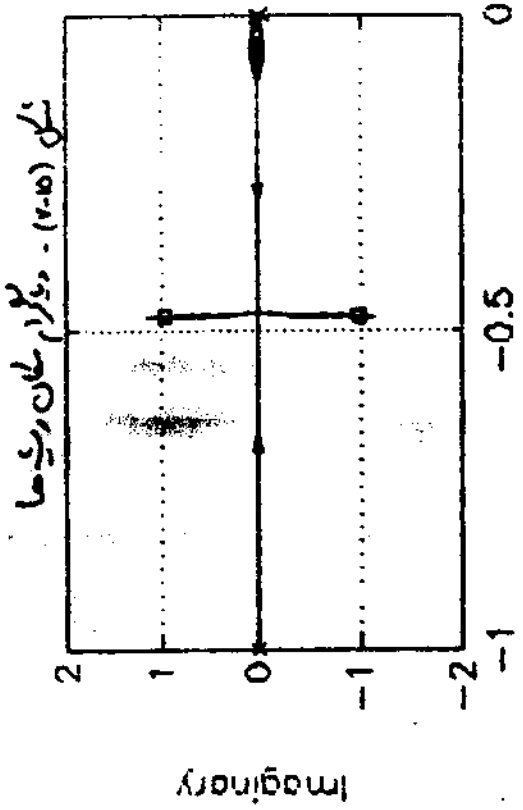
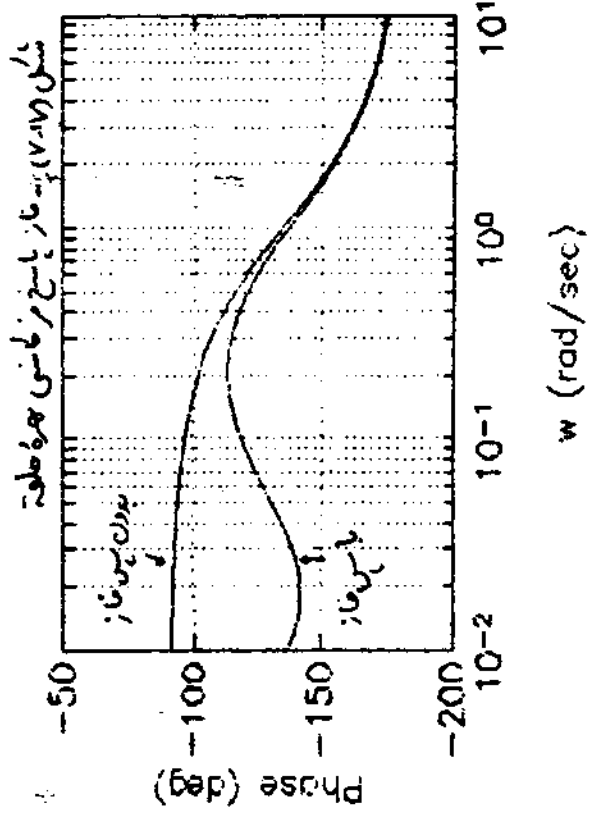
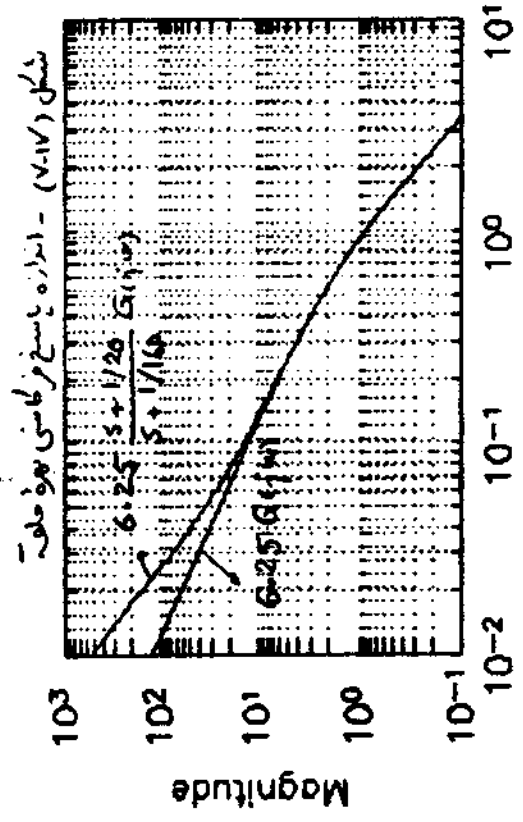
$$= 6.25 \frac{5 + 1/20}{5 + 1/160} \quad (7-47)$$

مکان ریش ها با معادله منحنی سیستم حلقه است. با استفاده از محورهای کشنده $k \frac{5 + 1/20}{5 + 1/160}$ برای مقادیر
 مختلف k در شکل (7-15) رسم شده است. محل قطب های سیستم حلقه است برای $k = 6.25$
 با 5 در شکل منحنی کشنده است. توجه کنید که قطب نزدیک - محور 30° با محور سیستم حلقه است
 (که همان محورهای کشنده است) حذف شده و از آن در درجه فقط به مقدار ناچیزی ظاهر
 خواهد شد.

تابع تبدیل سیستم حلقه است با استفاده از محورهای کشنده (7-47) صورت زیر می باشد

$$G_{(7)} = \frac{1.25(5 + 1/20)}{(5 + 0.0518)(s + 0.4772 \pm j0.9895)} \quad (7-47)$$

و پاسخ به آن نیز در شکل (7-16) رسم شده است. همانطور که از شکل واضح است، محورهای کشنده
 پس فاز تأثیر ناچیزی بر روی حالت گذر از پاسخ به کشنده است و همانطور که انتظار داریم
 قطب های مؤثر سیستم حلقه است را بسیار کم تغییر داده است. البته فریب خطای سرعت منت
 را از کشنده است و در نتیجه خطای ماندگار به دردی نیست - $1/8$ مقدار قبل از استفاده از محورهای کشنده
 پس فاز تبدیل یافته است.



مخ فرکانسی 6.25 GHz و $K_{fs} = 6.19 \times 10^6$ را به در شکل (۷-۱۷) رسم کرده ایم. توجه کنید که میزان کندگی پس از فرکانس با را تغییر داده است (0.9 rad/sec) و حد بار را نیز به مقدار کمی کاهش داده است و به این دلیل پاسخ پهنای باند فرکانس کندگی پس از دارای ملامتیم جسمی کمی درگتر (شکل (۷-۱۲)) است. حالت بدون میزان کندگی پس از می باشد. البته این پدیده را در هنگام استفاده از روش های طراحی در حوزه فرکانس پیر مشاهده کرده بودید. توجه کنید که میزان کندگی پس از اساز به بهره حلقه را در فرکانس های پایین افزایش داده است و به این دلیل ضریب حلقه افزایش یافته و فضای سازه گار در دسال کردن ورودی ضریب کاهش یافته است.

۷-۲ - حلقه

در این فصل درباره استفاده از روش مکن ریسه ها در طراحی کنترل کننده ها به تفصیل صحبت کردیم. با استفاده از مطالب این فصل واضح است که روش طراحی بر اساس مکن ریسه ها همانند روش طراحی در حوزه فرکانس از کارایی بسیار بالایی برخوردار است و یک طراحی خوب باید به هر دو روش تسلط داشته باشد. البته هر یک از این دو روش طراحی مزیتها و معایب خود را دارا است و در حقیقت مکمل یکدیگر بوده و بهر حال یکی مایلترین برای دیگری نمی باشد.

البته مزیت مهم طراحی در حوزه فرکانس، قابلیت آن برای در نظر گرفتن خطاهای مدل سازی می باشد. توجه کنید که پاسخ فرکانس دو سیستم مکن الت بسیار نزدیک یکدیگر باشد ولی معادله دیفرانسیل بیان کننده رابطه بین ورودی و خروجی آنها مکن الت باید یکدیگر کاملاً متفاوت باشد و در نتیجه مغز نقطه های آنها نیز مایلتر متفاوت خواهد بود.

مقاله روش طراحی در حوزه فرکانس را با تغییراتی مناسب می توان به سیستم های چند متغیره (چند ورودی - چند خروجی) بهیم داد [۹] ولی استفاده از روش مکن ریسه ها برای سیستم های چند متغیره با مشکلات عدیده ای روبرو است. با این اوصاف روش مکن ریسه ها برای سیستم های چند ورودی - تک خروجی کارایی بالایی داشته و با استفاده از آن می توان بسیاری از پارامترهای مختلف را در روی قطب های سیستم حلقه بسته بررسی نمود. در حقیقت در فصل بعد با استفاده از این روش سئوالات بسیار کلی و متعددی را پاسخ داده و هر چه بیشتر به کارایی این روش مهم می فرمودید بزرگ

فصل ۵

نگاهی جدید درباره کنترل کننده‌ها

در این فصل درباره کنترل کننده‌های پی-آی-دی (PID) به تفصیل صحبت کرده و جلوه‌های استفاده از آنها را در طراحی سیستم‌های کنترلی حلقه بسته به نمایش خواهیم گذاشت. این نوع کنترل کننده‌ها امروزه محدودیت‌هایی که دارند در صنعت به‌طور مورد استفاده قرار می‌گیرد و از لحاظ کاربردی دارای اهمیت زیادی می‌باشند. سپس به فواید مهم درباره کنترل کننده‌ها اشاره کرده و خواهیم دید که در حالت کلی برای پایداری سازی سیستم حلقه بسته احتیاج به یک کنترل کننده دینامیکی داریم. علاوه بر بعضی موارد می‌توان با استفاده از ضرایب کنترل کننده‌ای که فواید پایداری باشد، سیستم حلقه بسته را پایدار نمود و نهایتاً مهمی در این باره ذکر خواهیم کرد. در انتها نیز درباره سیستم‌های کنترلی کلی‌تر که دارای سبدها و اندام بوده صحبت کرده و رابطه آنها را با سیستم‌های بررسی شده در اینجا خواهیم نمود.

۸-۱ - کنترل کننده‌های پی-آی-دی

در فرآیندهای صنعتی (خصوصاً فرآیندهای شیمیایی) بوفور از کنترل کننده‌هایی که به نام پی-آی-دی (Proportional - Integral - Derivative, PID) مشهور می‌باشند استفاده می‌شود و به علت کمبودن دینامیک اکثر این فرآیندها کمالاتی بزرگتری نیز از خود نشان می‌دهند. این کنترل کننده‌ها بر روی سیگنال خطا، تقاضای بین مقدار دلخواه زوجی و زوجی اندازه‌گیری شده، عمل کرده و ورودی اعمال شده به سیستم را معالبت می‌کنند و تابع تبدیل ساده شده آنها بصورت زیر است (شکل ۸-۱):

$$K(s) = K_c + \frac{K_i}{T_i s} + K_d T_d s \quad (8-1)$$

ضرایب T_d و T_i نیز کمیت‌های متغیر کنترل کننده می‌باشند که بر اساس رفتار سیستم مورد نیاز باید به گونه‌ای انتخاب شوند تا سیستم حلقه بسته رفتار مطلوبی را داشته باشد.



در حالت کلی یک کنترل کننده پی-آی-دی از سه جزء k_c ، $\frac{k_e}{T_i s}$ و $k_e T_d s$ تشکیل شده است. سه جزء اول که خودی این متناسب با ورودی اعمال شده به آن تولید می کند، جزء متناسب (Proportional term) گفته می شود و آنرا با P نمایش می دهند. خودی جزء دوم متناسب با انتگرال ورودی است و این دلیل به آن جزء انتگرالی (Integral term) گفته می شود و آنرا با I نمایش می دهند. خودی جزء سوم نیز متناسب با مشتق سیگنال ورودی است و به آن جزء مشتق (Derivative term) گفته می شود و آنرا با D نمایش می دهند. توجه کنید که مقدار اندازه یاسخ فرکانسی $k_e T_d s$ از نظر فیزیکی قابل سافت نیست چون هیچ مداری نمی تواند فرکانسهای بسیار بالا را تقویت کرده و اندازه یاسخ فرکانسی آن در این فرکانسها سیب مت داشته باشد. یک مشتق واقعی حتما در فرکانسهای بالا بهره محدودی داشته و حتی اندازه یاسخ فرکانسی آن باید در این فرکانسها سریع به گاهی کرده و سیب متنی داشته باشد. این دلیل یک مدل واقعی تر برای جزء مشتق کنترل کننده پی-آی-دی اهمیت دارد است.

$$\frac{k_c T_d s}{T_0 s + 1} \quad (A-2)$$

این مدار می تواند یک مشتق لیر ایده آل برده که خودی آن توسط یک فیلتر پایین گذر تا بهضای $\frac{N}{T_0}$ پردازش شده است. عموماً در کنترل کننده های پی-آی-دی تجاری مقدار N توسط شرکت سازنده معده ی بین 3 تا 10 انتخاب می شود و استفاده کننده می تواند آنرا تغییر دهد [2]. در کنترل کننده های پی-آی-دی به نسبت k_c عموماً ضریب متناسب (gain) Proportional) اتفاق می افتد. البته بعضی از سازندگان کیفیت به نام محدود متناسب (Proportional band) صورت $PB \approx 100/k_c$ تعریف می کند و استفاده کننده می تواند مقدار PB را انتخاب نماید. عموماً مقدار PB از 1 برتر برده و از 500 نیز کوچکتر است. ضریب T_i ثابت زمان انتگرال لیری (Integral time constant)، زمان تکرار (Reset time) یا دقیقه برای هر تکرار (Minutes per repeat) گفته شده و عموماً بر حسب دقیقه (واحد زمان) بیان می شود. عموماً T_i مقده ی بین 0.1 دقیقه تا 50 دقیقه اختیار می کند. توجه کنید اگر سیگنال خطا $e(t)$ مقداری ثابت را با e داشته باشد، آنگاه خودی جزء انتگرالی لیر سی از لحاظ T_i دقیقه برابر $k_e e$ شده و این مقدار برابر خودی متناسب است که

می باشد. عبارت دیگر T_I دقیقه طول می کشد تا خروجی جزء انتقال گیر. خروجی جزء متناسب را تکرار کند و این دلیل به آن زمان تکرار می گویند. در بعضی از کنترل کننده های پی-آی-دی، نمکس T_I که به آن میزان تکرار (Reset rate) می گویند مشخص می شود [۲۳].

در مرتبه T_D نیز ثابت زمانی مشتق گیری (Derivative time constant) گفته شده است. عملاً در حسب دقیقه بیان می شود. فردا که ارتفاع ما ایند ثابت e_i در حال افزایش باشد $(e_i) = e_i t$ آنگاه خروجی جزء متناسب پس از گذشت T_D دقیقه در دست برابر با خروجی جزء مشتق گیر خواهد بود. پس جزء مشتق گیر تغییرات خطا را پیش بینی کرده و دستوری برای جبران کردن آن معالجه می نماید.

در بسیاری از موارد ممکن است که هر سه جزء کنترل کننده پی-آی-دی وجود داشته باشند. اگر در (۸-۱) $T_D = 0$ ، $\frac{1}{T_I} = 0$ قرار دهیم، کنترل کننده حاصل، کنترل کننده متناسب (Proportional) گفته می شود. با استفاده از اینگونه کنترل کننده ها، افزایش بهره K_e می توان سرعت پاسخ سیستم را افزایش داد (بجای ماند را زیاد کرد) و خطای ماندگار را نیز کاهش داد. در پی افزایش K_e عمده است نسبت نرمایی تر شدن پاسخ سیستم حلقه بسته و کاهش حد ناه آن خواهد شد (به نسبت (۵-۱) مراجعه کنید).

اگر در (۸-۱) جزء مشتق گیر وجود داشته باشد، $T_D = 0$ ، آنگاه کنترل کننده حاصل، کنترل کننده پی-آی (Proportional plus integral) یا متناسب-انتقال گیر گفته می شود. تابع تبدیل کنترل کننده در این حالت به صورت زیر است.

$$K(s) = K_p \frac{s + 1/T_I}{s} \quad (8-3)$$

رتبه ای به آن کنده از بسیاری جهات شبیه به همان کنده پی-آی (نسبت (۵-۲) می باشد و مانند افزایش بهره حلقه در فرکانسهای پایین شده و در نتیجه خطا کاهش خواهد یافت و عملاً جزء انتقال گیر (تغلب در $s=0$) ورودی های مبنای بلده را می توان با استفاده از این کنترل کننده ها بدون خطای ماندگار دنبال نمود. به البته وجود انتقال گیر (مانند همان کنده پی-آی) است کاهش حد ناه و نرمای تر شدن پاسخ سیستم حلقه بسته می رود.

فردا که کنترل کننده ای که در آن انتقال گیر وجود دارد از نظر ورودی-خروجی ناپایداری باشد و در بعضی از مواقع این باعث تغییر در ناپایداری می شود. به علاوه اگر در ورودی ایمل کنده-سیستم ارتعاش شود و کنترل کننده انتقال گیر از خطا اطمینان دهد، آنگاه خروجی کنترل گیر ممکن است مشتق

محدود و در صورتی که گشتاور محدود باشد...

(Reset wind up یا Integrator saturation) گفته می شود و یکی از راه های حل آن استفاده از جزء انتگرال غیر فقط در شرایطی است که خطا (وردی کنترل کننده) به اندازه کافی کوچک باشد. عمده ترین جلوه های از اشباع انتگرال در سیستم های عملی تأثیر دینامیکی اغلا می رود [۲].

اگر در (۸-۱) جزء انتگرال وجود نداشته باشد، $\frac{1}{T_I} = 0$ ، آنگاه به کنترل کننده حاصله کنترل کننده پی دی (Proportional plus derivative) یا تناسب- مشتق غیر گفته می شود. ما جایگزینی (۸-۲) برای جزء مشتق در (۸-۱) و انتخاب $\frac{1}{T_D} = 0$ ، تابع تبدیل کنترل کننده پی دی بصورت زیر خواهد بود:

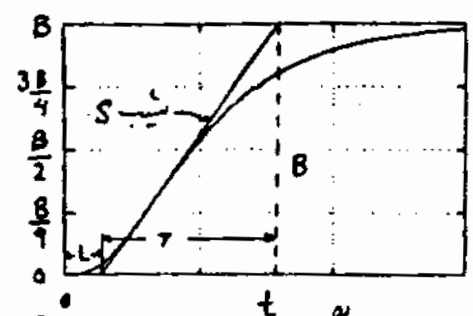
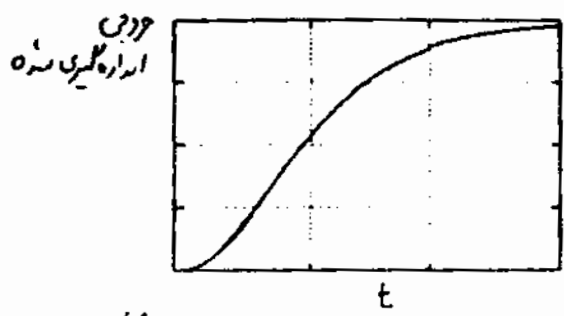
$$K(s) = K_c \frac{T_D(1 + \frac{1}{T_I})s + 1}{\frac{T_I}{N}s + 1} \quad (8-4)$$

توجه کنید بین N برابر از T_D برتر می باشد، پس قطب جبران کننده پی دی برابر از صفر آن است به محروم دو در فرکانس و این جبران کننده مانند یک جبران کننده پیش فاز (قسمت (۸-۲)) عمل می کند. با استفاده از این جبران کننده می توان حد باز سیستم را افزایش داده و در نهایت پاسخ پله سیستم حلقه بسته را کاهش داد.

اگر هر سوز کنترل کننده (۸-۱) موجود باشد، آنگاه کنترل کننده حاصل هم فراموش جبران کننده پی دی را داشته و هم فراموش جبران کننده پی دی را و در حقیقت مانند یک جبران کننده پی دی پیش فاز (قسمت (۸-۲)) عمل خواهد کرد و با استفاده از آن می توان خطای ماندگار برای ورودی پله را از بین برد و در همین حال در سیستم پاسخ پله سیستم را کاهش داد، و سرعت پاسخ سیستم حلقه بسته را نیز افزایش داد.

حال که ما جبران کننده های پی دی-آی-آی-آی شده ایم. در ادامه درباره عملکرد تنظیم کنترل کننده را انتخاب فریب K_c ، T_I ، T_D صحبت خواهیم کرد. عمده ترین روش متفاوت برای انتخاب این فریب وجود دارد. در روش اول که به نام کهن (Cohen - Coon) معروف است، در ابتدا ورودی پله به سیستم حلقه باز اعمال شده و پاسخ آن اندازه گیری می شود. سپس تابع تبدیل تقریبی برای سیستم معالجه کرده و فریب K_c ، T_I ، T_D کنترل کننده را بر اساس تابع تبدیل معالجه می کنند. اصول کار این روش بر این فرض استوار است که پاسخ پله بسیار از فرآیندهای صنعتی فوق میرا بوده و بصورت شکل (۸-۲)

- ۱- برای این نوع کنترل کننده در فرآیندهای صنعتی استفاده نمی شود.
- ۲- Overdamped



شکل (۱-۳) - نمودار حاصل از آزمایش با یک بار در زمان $t = \tau$ - منحنی (۱-۲) - منحنی بار با یک بار در زمان $t = \tau$ از آزمایشگاه
می باشد و تابع تبدیل آنها را می توان با یک تأخیر و یک سیم در دو اول به صورت زیر تقریب زد:

$$G(s) = \frac{k e^{-Ls}}{Ts + 1} \quad (1-5)$$

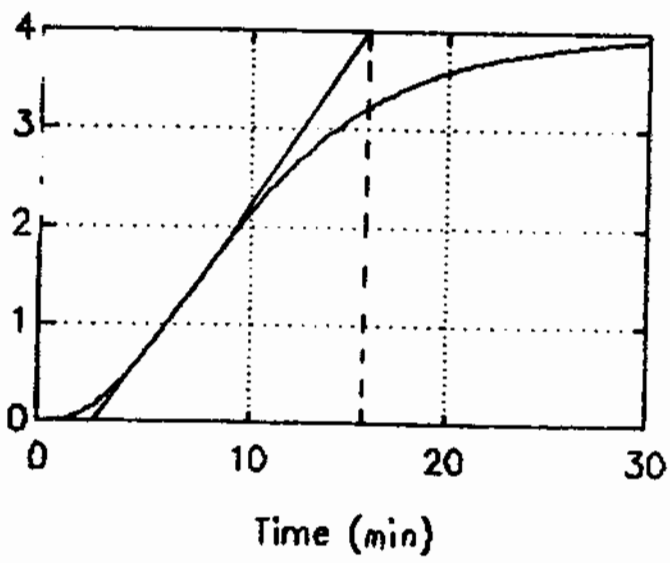
در اینجا L زمان تأخیر پاسخ به k بهره مستقیم سیستم و T نیز ثابت زمانی پاسخ آن می باشد.
از اندازه گیری اول شده در A بوده و مقدار ساندگار پاسخ به B نیز B باشد. آنگاه
 $k = \frac{B}{A}$ استغاب می شود. برای محاسبه زمان تأخیر، در نقطه وسط پاسخ به (نقطه ای که
در آن کینت پاسخ به یک ازیم است) خطی بایستی برابر با کینت ماکزیم پاسخ به (S) رسم می کنیم. سپس
نقطه تلاقی این خط با محور زمان را بدست آورده و عامله این نقطه تا سید زمان را، همانگونه که در
شکل (۱-۳) نشان داده شده، تعیین می کنیم تا تأخیر L در نظر خواهیم گرفت. در قدم بعد τ را بدینوسیله
استغاب می کنیم تا کینت پاسخ به $(1-5)$ در $t = \tau$ برابر k شود. توجه کنید که از اندازه گیری در A
باشد. آنگاه کینت پاسخ به $(1-5)$ در $t = \tau$ برابر $\frac{Ak}{T}$ خواهد شد و در نتیجه $\tau = \frac{B}{k}$ استغاب
خواهیم کرد. پس از محاسبه k و L و τ با مراجعه به جدول (۱-۱) مقادیر ضرایب کنترل کننده های
مناسب پی-پی-آی و پی-آی-دی را می توان بدست آورد [۱۲].

نوع کنترل کننده	k_c	T_I	T_D
متناسب	$\frac{\tau}{kL} (1 + \frac{L}{3\tau})$	-	-
پی-آی	$\frac{\tau}{kL} (0.9 + \frac{L}{12\tau})$	$L \frac{30 + 3L/\tau}{9 + 20L/\tau}$	-
پی-آی-دی	$\frac{\tau}{kL} (\frac{4}{3} + \frac{L}{4\tau})$	$L \frac{32 + 6L/\tau}{13 + 8L/\tau}$	$L \frac{4}{11 + 2L/\tau}$

جدول (۱-۱) - ضرایب کنترل کننده های پی-آی-دی و متناسب

تبدیلیه که فرایب جدول (۸-۱) براساس این فرض که مثل (۸-۵) دارای عطای کمی در ترتیب پاسخ بله سیستم حلقه باز می باشد پس از هزینه سازی معیارها مقف محاسبه شده و از ترتیب (۸-۵) برقرار است زیرا بهینه کارزوماً کار این فرض نداشت و فقط باید از آنها به عنوان یک فرض اولیه استفاده کرد و در حین کار در سیستم فرایب را بلون می تغییر داد تا پاسخ مطلوب حاصل شود. برای تعیین بهتر این روش در ادامه به در یک مثال فزایم پرداخت.

مثال ۸-۱: فرض کنید که پس از اتمل بله داد به یک سیستم حلقه باز و اندازه گیری حردی آن، پاسخی صورت شکل (۸-۴) حاصل شده باشد.



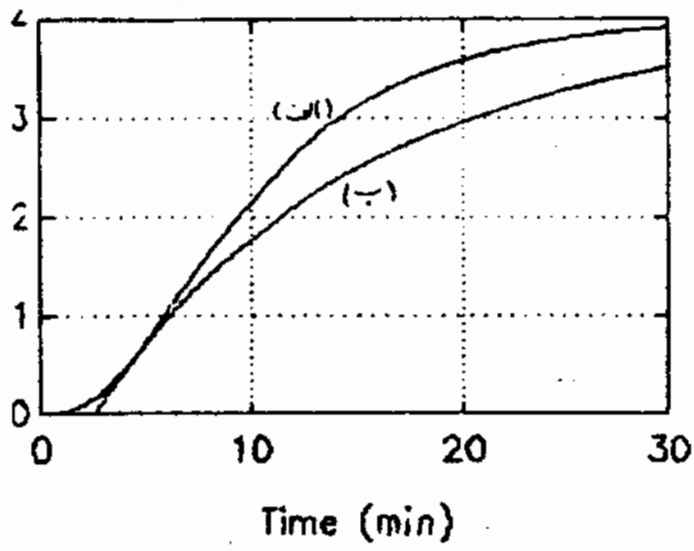
شکل (۸-۴) - پاسخ بله داد اندازه گیری شده
 (الف) پاسخ رسم شده در شکل (۸-۴) در حقیقت پاسخ بله سیستم رراست:

$$G(s) = \frac{1/9}{(s+1/2)(s+1/3)(s+1/6)} \quad (۸-۶)$$

وی تره کنید که در روش کهن احتیاجی به دانستی تابع تبدیل دقیق نیستندیم. ما استفاده از روشی که تلاً ذکر کردیم می توان فرایب k ، τ و L را از روی شکل (۸-۴) محاسبه کرد. پس از انجام محاسبات داریم $L=2.5$ ، $k=4$ و $\tau=13$. (توجه کنید که در اینجا واحد زمان بر حسب دقیقه انتخاب شده است، مثل قطعه های (۸-۶) با این فرض محاسبه شده اند). پس تابع تبدیل تقریبی سیستم صورت

$$G(t) = \frac{4e^{-2.5t}}{135 + 1}$$

است. ران ماشین دقت تقریباً پاسخ بله (۸-۶) و پاسخ بله اندازه گیری شده سیستم واقعی در شکل (۸-۵) رسم شده اند. دقت تقریب در راههای اولیه خوب است ولی پس از آن خطای بیشتری شود.



شکل (۸-۵) الف - پاسخ بله اندازه گیری شده

ب - پاسخ بله سیستم تقریبی (۸-۶)

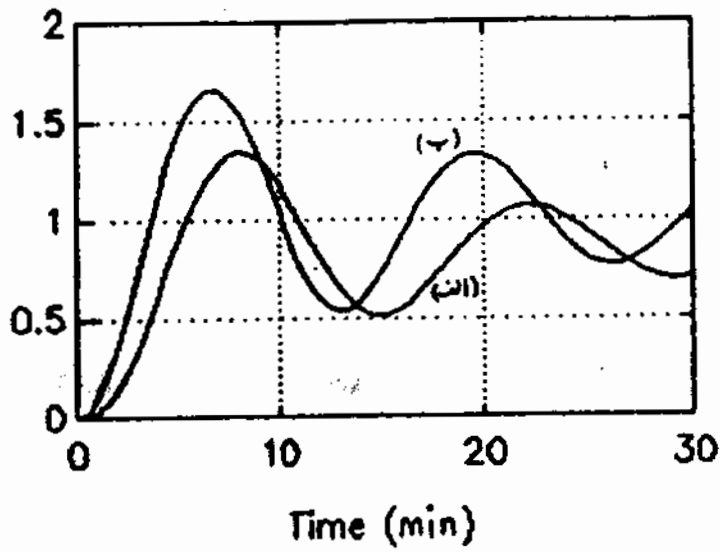
با استفاده از مدل تقریبی (۸-۶) ضرایب کنترل کننده با استفاده از روش کهن در جدول (۸-۲) آمده است.

نوع کنترل کننده	k_c	T_z	T_D
متناسب	۱.۳۸	-	-
پی-آی	۱.۱۹	۵.۹۵	-
پی-آی-دی	۱.۸۰	۵.۷۰	۰.۸۸

جدول (۸-۲) - ضرایب محاسب شده برای کنترل کننده شکل (۸-۱) بر اساس روش کهن

توجه کنید که در روش کهن، بهره k_c کنترل کننده پی-آی از بهره k_c کنترل کننده متناسب کوچکتر است چون بخاطر فارسی انداز گیری، بهره کمی کاهش داده شده تا از نوسان بیش از حد پاسخ سیستم حلقه بسته (در کاهش مدفا آن) جلوگیری شود.

پس پاسخ بله سیستم حلقه بسته با استفاده از کنترل کننده های متناسب، پی-آی-دی که ضرایب آنها در جدول (۸-۲) آمده در شکل (۸-۶) رسم شده اند. سیستم حلقه بسته با استفاده از کنترل کننده پی-آی



شکل (۸-۶) - پاسخ پدیده سیسم حلقه‌ست با استفاده از کنترل کننده تناسب (ب) پی-آی-دی
 ناپایدار است در این مدل پاسخ پدیده آن رسم شده است. توجه کنید که سیسم حلقه‌ست با استفاده
 از کنترل کننده تناسب عطای ماندگار دارد چون در درون بهره حلقه انتقال نیز وجود ندارد. البته
 کنترل کننده پی-آی-دی این مشکل را حل نموده است ولی پاسخ کمی بیش از حد نوسانی است و در
 تنظیم ضرایب کنترل کننده آنها را باید کمی تغییر داد تا پاسخ مطلوب حاصل شود. از ضرایب
حدول (۸-۲) قطعاً باید به عنوان یک حدس اولیه قابل قبول استفاده کرد.

در روش دوم تنظیم کنترل کننده پی-آی-دی، ضرایب T_D و $1/T_I$ را بر اساس قرار داده
 و حلقه پس خور را در سیسم و کنترل کننده می‌بینیم و بهره K_c را آنقدر افزایش می‌دهیم تا
 سیسم حلقه‌ست به مرز پایداری و ناپایداری رسیده و شروع به نوسان بکند. مقدار بهره K_c را
 در این حالت K_{max} خواهیم نامید. سپس پرورد بوسالت خودی را اندازه‌گیری کرده و آنرا
 T_0 می‌نامیم. عمده T_0 بر حسب دقیقه بیان می‌شود. پس از معادله K_{max} و T_0 با مراجعه
 به جدول (۸-۳) مقادیر ضرایب کنترل کننده‌های متناسب پی-آی-دی را می‌توان بدست آورد.
 به این روش تنظیم کنترل کننده عمده روش ریچر-یکولز گفته می‌شود [۱۱].
 در اینجا نیز ضرایب جدول (۸-۳) حدس اولیه مناسبی برای کنترل کننده می‌باشند و در واقعیت
 باید این ضرایب را در سیسم حلقه‌ست واقعی بگونه‌ای تنظیم کرد تا رفتار مطلوب برای سیسم
 حلقه‌ست حاصل شود.

نوع کنترل کننده	K_c	T_I	T_D
مناسب	$k_{max}/2$	-	-
پی-آی	$k_{max}/2.2$	$T_0/1.2$	-
پی-آی-دی	$k_{max}/1.7$	$T_0/2$	$T_0/8$

جدول (۸-۴) - ضرایب کنترل کننده پی-آی-دی در روش زیگلر-نیکلز

انتخاب $K_c = 0.5K_{max}$ در کنترل کننده مناسب، درصیقت یک بهره ۲ برای سیستم کنترلی تعیین می شود. در کنترل کننده پی-آی در افزایش مازنی انداز لرد از آن در کاهش مدافز سیستم، بهره K_c به مقدار کمی کاهش داده شده است در حالیکه در جبران کننده پی-آی-دی با افزودن مزه پی-آی بهره K_c را کمی بزرگتر از $0.5K_{max}$ انتخاب می کنیم.

مثال ۸-۲: سیستم مثال (۸-۱) را در اینجاء دوباره در نظر بگیرید

$$G(s) = \frac{1/9}{(s+1/2)(s+1/3)(s+1/6)} \quad (8-7)$$

و با استفاده از روش زیگلر-نیکلز ضرایب کنترل کننده پی-آی-دی را برای آن محاسبه کنید و سپس پاسخ سیستم حلقه بسته را با نتایج بدست آمده در مثال (۸-۱) مقایسه کنید.

در این مثال با فرم مشخص بودن $G(s)$ بصورت تجزیه می توان k_{max} و T_0 را محاسبه کرد. البته

برای سادگی و راحتی $G(s)$ مجرد نبوده k_{max} و T_0 را باید از طریق آرایش به دست آورد.

معادله مشخصه سیستم حلقه بسته با فرم $K(s) = K_c$ بصورت زیر است:

$$s^3 + s^2 + \frac{11}{36}s + \frac{1}{36} + \frac{K_c}{9} = 0 \quad (8-8)$$

جدول راژت این سیستم را در جدول (۸-۴) آمده است. برای اینکه سیستم همراهِ پایداری و

ثبات پایداری رسید باید بعضی از ضرایب (۸-۸) بر روی محور سَم قرار داده شود. برای این منظور

سطحی را در جدول راژت برابر صفر قرار داده و ریشه های معادله کلمی مربوطه نمایانگر قطبهای

سیستم حلقه بسته بر روی محور سَم خواهد بود.

s^3	1	11/36
s^2	1	1/36 + $k_c/9$
s^1	10/36 - $k_c/9$	
s^0	1/36 + $k_c/9$	

جدول (۸-۴) - جدول رادیت مربوط به ضریبهای (۸-۱)

$$\frac{10}{36} - \frac{k_c}{9} = 0 \Rightarrow k_c = \frac{5}{2} \quad (۸-۹)$$

پس برای $k_c = 2.5$ مستقیم طبقه سیم به مرز پایداری و رانای پایداری رسیده و پس مقدار k_c همان k_{max} مورد نظر خواهد بود. معادله دلی در این حالت صورت زیر است.

$$s^2 + \frac{11}{36} = 0 \quad (۸-۱۰)$$

ریشه های این معادله در $\pm j\sqrt{\frac{11}{36}}$ قرار دارند، پس پروردنوسانات برابر است با

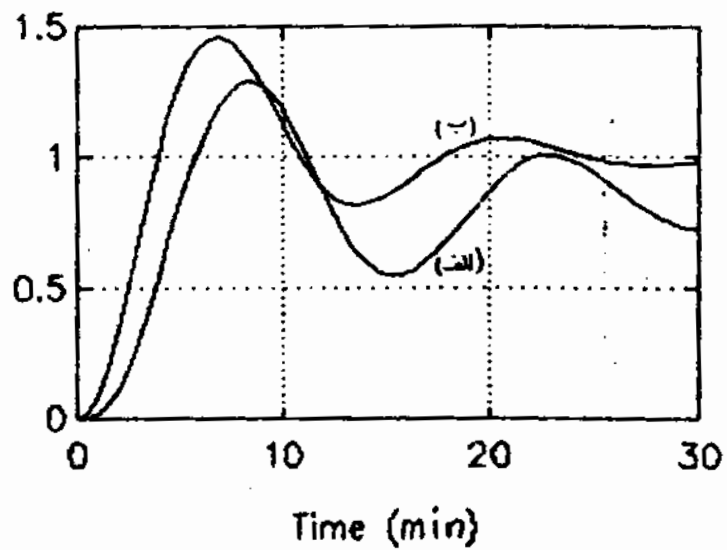
$$T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{11/36}} = 11.37 \text{ min} \quad (۸-۱۱)$$

(توجه کنید چون واحد زمان در هنگام محاسبه تابع تبدیل (۸-۷)، همانند کد مثال (۸-۱) تقدیم دقیقه در نظر گرفته شده پس فرکانس نوسانات نیز حسب رادیان بر دقیقه بوده و پرورد آن نیز بر حسب دقیقه خواهد بود.) با داشتن k_{max} در T_0 مبدل و توان فریب کنترل کننده را با استفاده از روش ریزر-نیکولز محاسبه کرد و این فریب در جدول (۸-۵) آمده است.

نوع کنترل کننده	k_c	T_I	T_D
متناسب	1.25	-	-
پی-آی	1.14	9.475	-
پی-آی-دی	1.47	5.685	1.421

جدول (۸-۵) - فریب محاسبه شده برای کنترل کننده مثال (۸-۲) برای سیستم ریزر-نیکولز

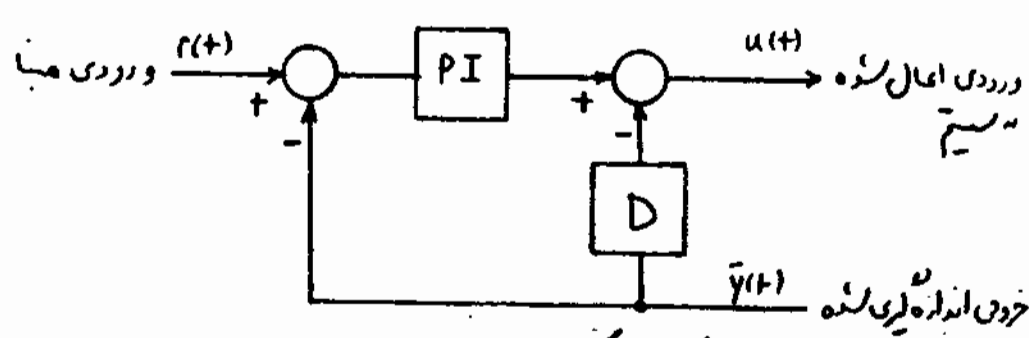
پایع بلو سیتم حلقه‌به با استفاده از کنترل کننده‌های مناسب در پی - آی - دی جدول (۸-۵) در شکل (۸-۷) رسم شده اند. البته در اینجا نیز سیتم حلقه‌به برای کنترل کننده پی - آی - دی ناپایدار بوده است. پایع سیتم حلقه‌به با استفاده از کنترل کننده پی - آی - دی نسبتاً مناسب نبوده و در مقایسه با شکل (۸-۶) پایع پد از نوسانات کمتری نسبت به کنترل کننده پی - آی - دی روشی کهن برخوردار است. البته در اینجا نیز از مقادیر درست آمده برای



شکل (۸-۷) - پایع بلو سیتم حلقه‌به با استفاده از کنترل کننده

الف) مناسب است (ب) پی - آی - دی (سیتم بر اساس روش زیگلر-نیکوکر) برای کنترل کننده فقط باید به عنوان یک درس اولیه استفاده کرد و با تنظیم آنها در عمل فرایند نهایی را درست آورد.

البته در ساخت کنترل کننده‌های پی - آی - دی واتی نکات مهمی بسیار زیادی در نظر گرفته می شود و طریقه عملکرد آنها - سادگی آنها در اینجا آمده است می باشد. به عنوان مثال در بعضی از این کنترل کننده‌ها، فرکانس مناسب صورت می‌دهی $K_c e t e l$ ساخته می شود و هم ساده $K_c e$ را ندارند. یا در این فرکانس بلونی یک کنترل کننده پی - آی - دی واتی هم می‌تواند شبیه شکل (۸-۸) می باشد. توجه کنید اگر چه مشتق گیر ورودی سیگنال ورودی بنا به دلایلی که در شکل (۸-۸) آمده عمل کند، آنگاه در صورت پیاده‌سازی (+) ۲ در خروجی



شکل (۸-۸) - کنترل کننده مشتق خروجی

خواهند شد در حالیکه با قرار دادن جزو مشتق لیر به صورت شکل (۸-۸) از این بپایه جلوتر می رود. البته توجه کنید که تابع تبدیل از $r(t)$ به $y(t)$ در هنگام استفاده از کنترل کننده های (۸-۱) و (۸-۸) مانند یکدیگر می باشد ولی قطبهای سیستم حلقه بسته در هر دو حالت با هم یکدیگر است. برای توضیحات بیشتر درباره کنترل کننده های پی-آی-دی و نوع درجینال آنها می توانید به [۲] و [۱۳] مراجعه کنید.

۸-۲ - پایدارسازی

عمراً این سؤال به ذهن خطور می کند که تحت چه شرایطی می توان با استفاده از یک دران کننده مناسب سیستم حلقه بسته را پایدار نمود و آیا این عمل هزاره امکان پذیر است یا فقط تحت شرایط خاصی می توان بیان خاصه عمل برسانند؟ در حالت کلی پایدارسازی سیستم حلقه بسته عملی مشکل نبوده و دران کننده های متعددی برای این منظور می توان انتخاب نمود. در ادامه به ذکر قضیه مهمی در این رابطه خواهیم پرداخت.

قضیه ۸-۱: سیستم حلقه بسته شکل (۲-۲) را در نظر بگیرید و فرض کنید که تابع تبدیل سیستم $G(s)$ ، تابعی لویار آکیدا سه از s بوده و درجه آن نیز n باشد، آنگاه به نجات کنترل کننده $K(s)$ که توانی لویار آکیدا سه از s با درجه n می باشد وجود دارد بطوریکه پایدار سازی سیستم حلقه بسته همین شود.

البته در بسیاری از موارد کنترل کننده های درجه پایین تری نیز وجود دارند که بتواند سیستم حلقه بسته را پایدار کند، اما برای هر سیستم داده شده معنی هستیم که دران کننده های درجه n متعددی وجود داشته که قادر به پایدار سازی سیستم حلقه بسته می باشند. به طور مثال جبران کننده هایی که از ترکیب رویت کننده های حالت (State observer) [۱۵] و پس فور حالت (State feedback) [۱۵] درست می آیند اینجی خاصیتی دارند.

توجه کنید که از محدودیتی بر روی درجه کتدل کننده اعمال کنیم، آنگاه پایدارسازی سیستم حلقه بسته ممکن است نیز ممکن شود. به طور مثال برای سیستم

$$G(s) = \frac{1}{s^2(s+1)} \quad (8-12)$$

هیچگاه مقدار بهره k ای وجود ندارد بطوریکه جبران کننده $K(s) = K$ سیستم حلقه بسته را پایدار سازد. برای این مطلب برای توان ساده‌گی مارسم مکان ریشه‌های مقادیر مختلف K مشاهده کرد. در این مثال قطبهای سیستم حلقه بسته، ریشه‌های معادله مشخصه

$$q_{cl}(s) = s^3 + s^2 + k \quad (8-13)$$

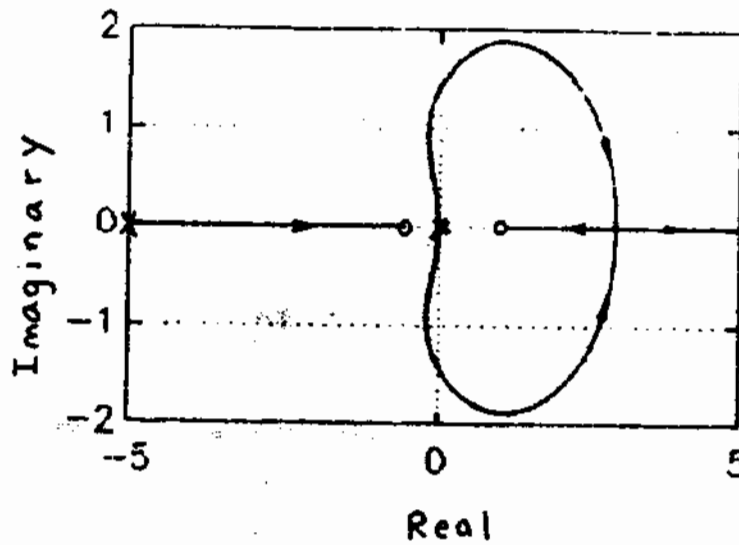
می باشد و چون ضریب s در این چند جمله‌ای صفر است، همه ریشه‌های آن در سمت چپ محور حتماً قرار نداشته و بهره‌ای وجود ندارد که برای آن سیستم حلقه بسته پایدار باشد. مگر در این مثال، در بسیاری از موارد ران پایدارسازی سیستم حلقه بسته محدود است. استفاده از جبران کننده‌های دینامیکی یا درجه بالا بوده و عموماً با استفاده از یک بهره خالی می توان سیستم حلقه بسته را پایدار کرده و شرایط مطلوب طراحی را برآورده ساخت.

علاوه در هنگام طراحی سیستم‌های کنترلی نباید درباره نرفرود را فقط با استفاده از بهره مثبت در کنترل کننده مد نظر کنیم چون در بعضی از موارد می توان با استفاده از جبران کننده $K(s) = K < 0$ سیستم حلقه بسته را پایدار نمود در حالیکه در این سیستم‌ها پایدارسازی با استفاده از بهره مثبت غیر ممکن است. به طور نمونه اگر

$$G(s) = \frac{(s+0.5)(s-1)}{s^2(s+5)} \quad (8-14)$$

باشد، آنگاه سیستم حلقه بسته برای تمامی جبران کننده‌های $K(s) = k > 0$ ، ناپایدار خواهد بود. در حالیکه برای بعضی مقادیر $K(s) = K < 0$ می توان سیستم حلقه بسته را پایدار نمود. برای نمایش این مطلب مکان قطبهای سیستم حلقه بسته را برای مقادیر مختلف $K(s) = K < 0$ در شکل (۸-۹) رسم کرده ایم. معادله مشخصه سیستم حلقه بسته نیز به صورت زیر است:

$$q_{cl}(s) = s^2(s+5) + k(s+0.5)(s-1) \quad (8-15)$$



شکل (۸-۹) - دیاگرام مکان ریشه‌ها (۸-۱۵) را با مقادیر مختلف بهره $K < 0$

حدول رازت مربوط به این سیستم به این شکل است (۸-۶) نشان داده شده است. و با توجه به آن مقصود بهره K برای پایداری سیستم مله سرعت زیر فراهم بود:

$$-4 < K < 0 \quad (8-14)$$

مانند سایر مثال‌ها واضح است که در بعضی از مسائل معبر به استفاده از بهره منفی سیستم و حلاره در تمامی مسائل نباید در نظر استفاده از بهره مثبت بود از این در بسیاری از مسائل نظر خود را فقط بر روی استفاده از بهره‌های مثبت متمرکز خواهیم کرد.

s^3	1	$-k/2$
s^2	$5+k$	$-k/2$
s^1	$\frac{-k^2/2 - 2k}{5+k}$	
s^0	$-k/2$	

حدول (۸-۶) - حدول رازت مربوط به سیستمی (۸-۱۵)

۸-۲ - پایدارسازی با استفاده از کنترل کننده‌ها پایدار

همچنان در هنگام طراحی کنترل کننده فرض می‌کنیم که فرد کنترل کننده نیز از نظر ورودی-خروجی پایدار است و کنترل کننده‌ای در نظر گرفته می‌شود که قطبهای آن هلی در سمت چپ محور سنج قرار دارند و سپس با این روش اقدام به پایدارسازی سیستم حلقه بسته می‌کنیم. در این قسمت در ادامه یادآوری می‌کنیم که برای بعضی از سیستم‌ها حقیقت هیچ عملیاتی نمی‌تواند کنترل کننده‌ای یافت که فرد پایدار بوده و توانایی پایدارسازی سیستم حلقه بسته را نیز داشته باشد و سپس به ذکر نتیجه‌ای بسیار کلی در این رابطه خواهیم پرداخت.

مثال ۸-۲: سیستم لتری شکل (۲-۳) را در نظر گرفته و فرض کنید

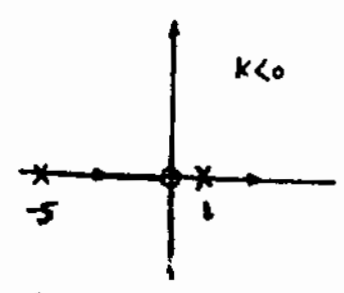
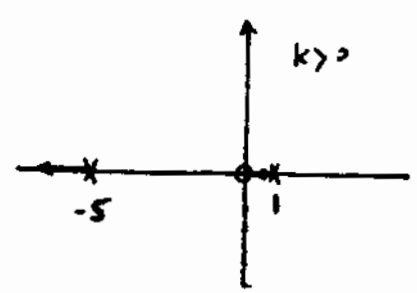
$$G(s) = \frac{s}{(s-1)(s+5)} \quad (۸-۱۷)$$

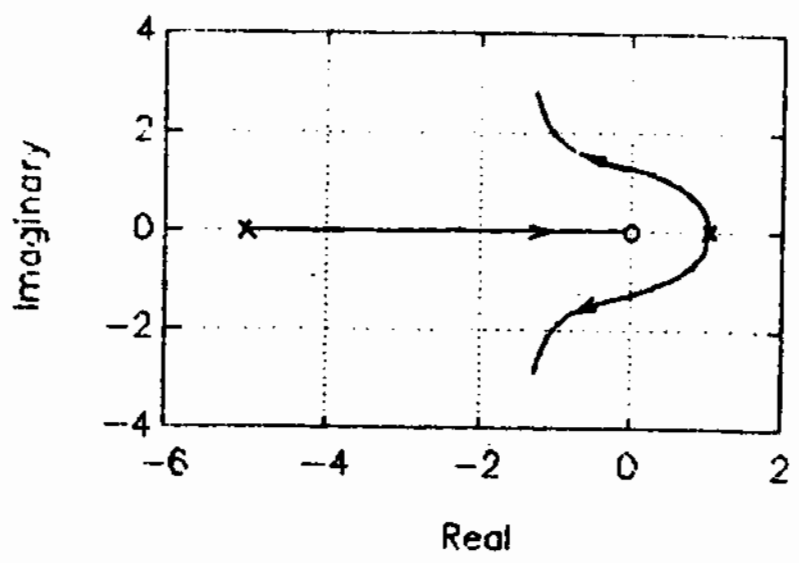
باشد. کنترل کننده‌ای پیشنهاد کنید تا سیستم حلقه بسته را پایدار کند. در ادامه فرض می‌کنیم حصران کننده یک بهره باشد $(K(s) = K)$. آنگاه مکان ریشه‌ها برای $K > 0$ و $K < 0$ در شکل (۸-۱۵) رسم شده است. واضح است که برای هیچ مقادیر بهره K ، سیستم حلقه بسته ناپایدار می‌باشد.

علاوه بر کنترل کننده $K(s)$ قطبی در سمت راست محور سنج داشته باشد، آنگاه با استفاده از قوانین رسم ریشه‌ها واضح است که نقطه هیچ نقطه‌ای نمی‌تواند قطب ناپایدار سیستم حلقه بسته را به سمت چپ محور سنج برد و البته نقطه هیچ نقطه‌ای نباید قطب در $s=1$ برسد. صفر حصران کننده حرف نود چون سیستم حلقه بسته ناپایدار خواهد شد. ولی اگر به نظر مثال

$$K(s) = \frac{K}{s-1} \quad (۸-۱۸)$$

انتخاب کنیم، آنگاه با رسم مکان برای $K > 0$ که در شکل (۸-۱۱) آمده است، مشاهده خواهیم کرد که برای بعضی از مقادیر بهره K ، سیستم حلقه بسته پایدار خواهد شد.





شکل (۸-۱۱) - مکان ریشه‌ها معادله مشخصه سیستم حلقه بسته

معادله مشخصه سیستم حلقه بسته با استفاده از جبران کننده (۸-۱۸) بصورت زیر است :

$$s^3 + 3s^2 - 9s + 5 + ks = 0 \quad (8-19)$$

و جدول راژت مربوط به آن نیز در جدول (۸-۷) آمده است. با استفاده از این جدول و قاعده است که

برای پایداری سیستم حلقه بسته باید داشته باشیم

$$k > 32/3 \quad (8-20)$$

پس همان‌گونه که (۸-۱۸) بازمی (۸-۲۰) قادر به پایداری ملای سیستم حلقه بسته می‌باشد و هیچ کنترل کننده

پایداری نمی‌تواند سیستم حلقه بسته را پایدار کند!

s^3	1	$-9+k$
s^2	3	5
s^1	$\frac{-32+3k}{3}$	
s^0	5	

جدول (۸-۷) - جدول راژت حین جدولی (۸-۱۹)

کننده بسیار بایک این است که فقط با داشتن محل معود قطب های سیستم می توان درباره بایک سازی آن با استفاده از یک کنترل کننده بایک اثر را فرمود. قبل از ذکر دقیق این نتیجه، چند تعریف مقدماتی ارائه خواهد شد.

تعریف ۸-۱: مای لیم تابع لویای $G(s)$ ، m صفر (یا قطب) در بی نهایت $(s = \infty)$ دارد اگر تابع لویای $G(s)$ صفر (یا قطب) در $p = \infty$ داشته باشد.

با استفاده از این تعریف واضح است که تمامی توابع لویای سرهای که در نتیجه عملیات صورت آنها m در نتیجه عملیات مرتجح آنها n می باشد، دارای $n-m$ صفر در $s = \infty$ می باشند. بطور مثال سیستم

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)} \quad (8-21)$$

صفر مععدد نداشته و دارای دو صفر در بی نهایت می باشد.

تعریف ۸-۲: معرود تمام اعداد حقیقی بزرگتر از σ که نقطه ای بی نهایت را نیز شامل می باشد با R^+ نمایش خواهد داد.

تعریف ۸-۳: سیستم حلقه بسته شکل (۲-۳) را در نظر گرفته و فرض کنید که تابع تبدیل سیستم، تابعی لویا و سره از s باشد. آنگاه سیستم حلقه بسته را می توان بایک کنترل کننده بایک، بایک بود اگر فقط از تعداد قطب ها

حقیقی سیستم که در بین صفرهایی از سیستم که در R^+ می باشد، قرار دارند عددی زوج (یا صفر) باشد.

اثبات این قضیه زیرا احتیاج به استفاده از صفر در بی نهایت می داشته و در اینجا به ذکر آن بحولم پرداخت و حواسه بر آن مشاهده آن می ترانید. [۱۳] مراجعه کنید. در ادامه به ذکر چند مثال درباره حقیقی استفاده از آن بحولم پرداخت.

مثال ۸-۴: آیا می توان سیستم زیر را بایک کنترل کننده بایک، بایک نمود؟

$$G(s) = \frac{(s-2)}{(s-1)(s-3)} \quad (8-22)$$

این سیستم دارای دو صفر در R^+ می باشد. یکی از صفرها در بی نهایت قرار داشته و دیگری در $s=2$ می باشد. چون فقط یک قطب $G(s)$ در بین این دو صفر قرار دارد (قطب در $s=3$) پس می توان این سیستم را با استفاده از یک کنترل کننده بایک، بایک نمود.

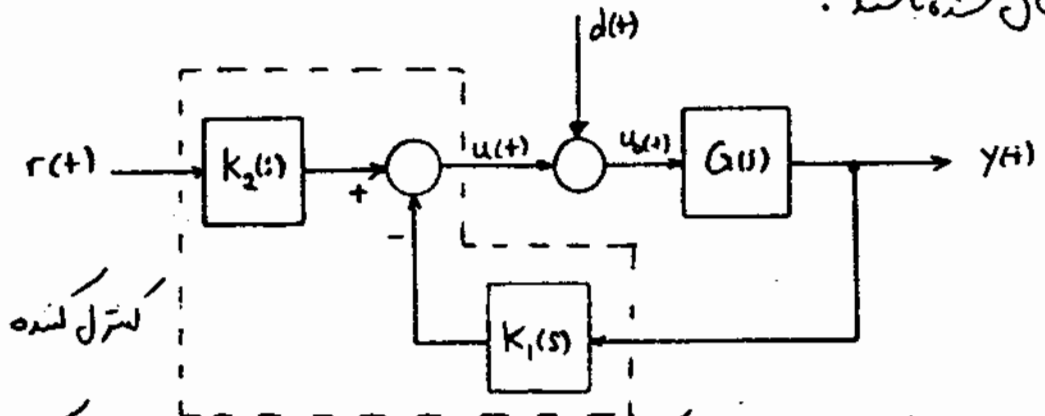
مثال ۵-۸: آیا می توان سیستم زیر را با یک کنترل کننده پایدار، پایدار کرد؟

$$G(s) = \frac{s(s-1)}{(s-2)^2}$$

این سیستم دارای چهار قطب در R^+ است. دو تا از آنها در $s=1$ و $s=0$ و دیگری در $s=2$ است. حیطه پایداری در $s=1$ و $s=2$ قرار دارد و چون چهار قطب عدد راجع است پس با استفاده از قضیه (۸-۲) می توان (۱) را با استفاده از یک کنترل کننده پایدار، پایدار کرد.

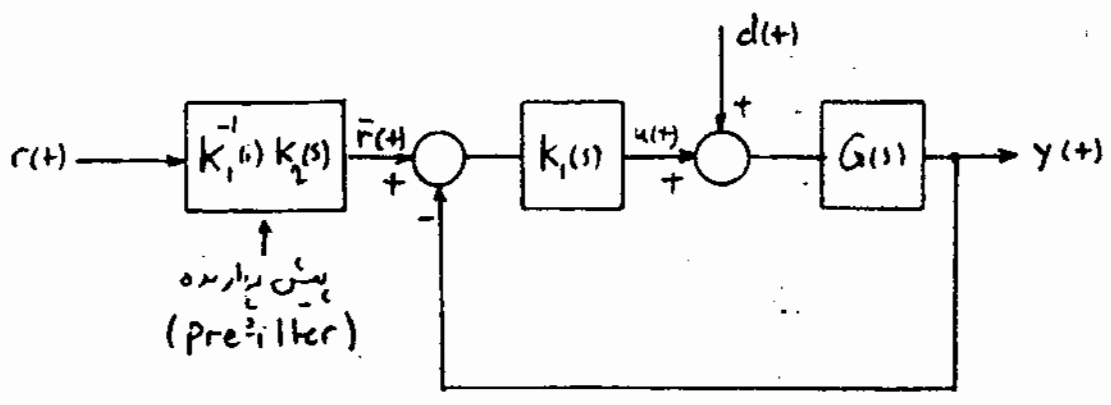
۸-۴ - استفاده از سیستم خورخورد

تاکنون تمام سیستم های حل شده ای را که مورد بررسی قرار داده ایم باشد شکل (۳-۲) دارای یک خورخورد بوده اند. البته در بسیاری از سیستم های کنونی ممکن است که همان گونه ای در مسیر خور نیز قرار داشته باشد و حتی ممکن است که ورودی مناسی $r(t)$ در خروجی $y(t)$ رسیدن دو همان گونه متفاوت پردازش شده و سپس به عنوان ورودی باشد شکل (۸-۱۳) به سیستم اعمال شده باشد.



شکل (۸-۱۲) - سیستم کنونی که با استفاده از دو همان گونه $u_1(t)$ ، تولید می کند

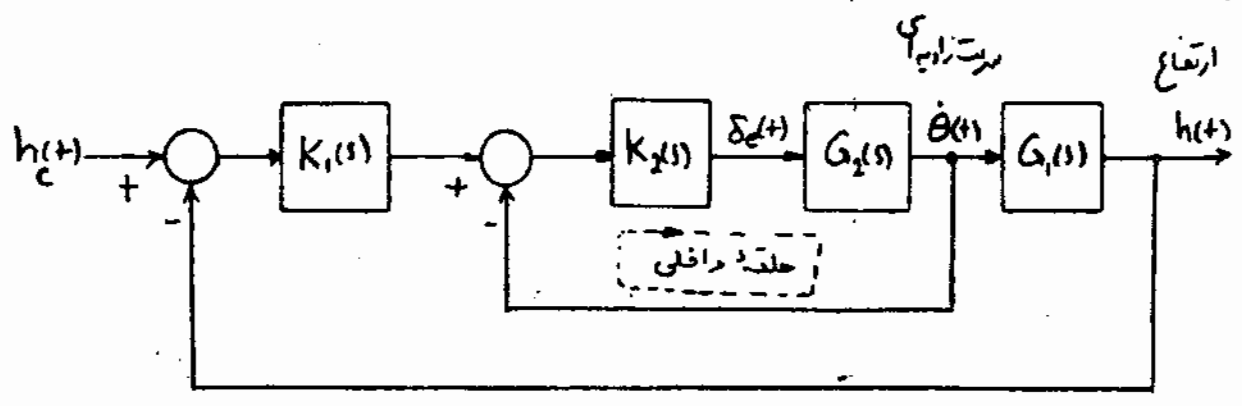
البته در این باره بلدی شکل (۸-۱۲) را می توان بصورت شکل (۸-۱۳) نیز رسم کرد. توجه کنید که در شکل (۸-۱۳) اگر ورودی مناسی را $r(t)$ در نظر بگیریم، آنگاه سیستم مورد بررسی همان شکل همبستگی پس خورخورد را خواهد داشت. عموماً به تابع تبدیل $K_1(s)K_2(s)$ پیش پردازنده (Pre-filter) می گویند. حقیقت تغییر در این باره شکل (۸-۱۳) بدین گونه است که در ابتدا ورودی مناسی $r(t)$ را از پیش پردازنده گذرانده و سپس این سیگنال پردازش شده را به سیستم کنونی به عنوان دستور یا



شکل (۸-۱۳) - معادل دیفرانسیلی شکل (۸-۱۲)

وردی مناسبی کنیم. توجه کنید که خواص حلقه پس فرورد در شکل های (۸-۱۲)، (۸-۱۳) که به هر دو حلقه آتفا مبرط می شود درست باشد یکدیگر بوده و به تابع تبدیل $K_2(s)$ که در خارج حلقه قرار دارد بستگی ندارد و فقط بر سید $G(s)$ $K_1(s)$ مشخص می شود.

علاوه در بعضی از سیستم های کنترلی ممکن است که پیش از یک حلقه پس فرورد وجود داشته باشد. طور یون در سیستم کنترل ارتفاع هواپیمای ممکن است که کم ارتفاع هواپیمای از سطح زمین هم سرعت زاویه ای آن اندازه گیری شوند پس از یک سیستم کنترلی مادد حلقه پس فرورد مانند شکل (۸-۱۴) برای لغت نگاه داشتن ارتفاع هواپیمای استفاده شود. توجه کنید که در این مثال سیستم یک بردی قابل پییدء مین زاویه ملار (Elevator) (δe) در حالیکه دو کیت فرودی آن مین ارتفاع و سرعت زاویه ای اندازه گیری می شوند. البته اصول طراحی همچنین سیستمی نیز ماسد مطابق است که در فصل های قبل ذکر کرده ایم و در ابتدا حلقه کنترلی داخلی را طراحی کرده پس حلقه خارجی



زاحور در بررسی قراری دهیم . تودکیده که در لسیه شکل (۸-۱۸) در حقیقت حلقه خارجی که - آن حلقه داخلی
 (Primary loop) نیز می گویند مقدار ورودی مبنای دستور حلقه داخلی که به آن حلقه ثانویه
 (Secondary loop) نیز می گویند را صورت خودکار ایجاد می کند . به لسیه های کنترلی که
 دارای دو حلقه بین خود صورت شکل (۸-۱۴) می باشد ، لسیه کنترلی پشت هم (Cascade control)
 گفته می شود . عمدتاً در اینگونه لسیه های کنترلی ، سرعت پاسخ حلقه داخلی (حلقه ثانویه) بسیار
 سریعتر از سرعت پاسخ حلقه خارجی می باشد و در بسیاری از فرآیندهای شیمیایی از این روش کنترلی
 استفاده می شود . در این فرآیندها ، کنترل کننده داخلی عموماً صورت متناسب (proportional)
 بوده و کنترل کننده حلقه خارجی نیز صورت پی - آی - دی می باشد . تودکیده که در اینگونه لسیه ها
 حلقه خارجی از نظر کارایی سیستم کنترلی با اهمیت بوده در حالتی حلقه داخلی از حدان
 احتمالی برخوردار نیست . برای توضیحات بیشتر درباره لسیه های کنترلی پشت هم و همچنین حلقه داخلی
 گامی از الیاهای تأخیری (با تأخیر زمان طولانی) بوسیله پیش بین اسمیت (Smith predictor)
 و مباحث پیشرفته تر در کنترل فرآیندهای شیمیایی می توانید به مرجع [۱۲] مراجعه کنید .

۸-۵ - خلاصه

در این فصل درباره کنترل کننده های پی - آی - دی در روش های مختلف تنظیم آنها مطابق
 الزامه کردیم . آنچه این کنترل کننده ها دارای محدودیت هایی می باشند ولی عمدتاً در کنترل فرآیندهای
 شیمیایی که رفتاری نسبتاً ساده دارند موفق بوده و کارایی خوبی نیز از خود نشان می دهند . البته برای
 کنترل بسیاری از سیستم ها مجبور به استفاده از کنترل کننده های پیچیده تری باشیم . در
 قسمت های (۸-۲) ، (۸-۳) نیز درباره امکان پایداری سازی لسیه سلفهسته و حلقه داخلی پایداری
 با استفاده از کنترل کننده های پایداری صحبت کردیم .
 در قسمت (۸-۴) درباره لسیه های کنترلی پیچیده تر که دارای حلقه پیچیده واحد می باشند مطابق
 ضمیمه ارائه کردیم و ذکر کردیم که در ضمن مهم حلقه کنترلی به بهره حلقه مربوط بوده و قرار دادن حلقه کنترل کننده
 در مسیر فر فر یا پیشرو تیرمی در بهره حلقه ایجاد نخواهد کرد و مطالب مطرح شده در این کتاب برای
 اینگونه سیستم ها نیز مورد استفاده می باشد .

الته در واقعیت سیستم های کنترل برآنت پیچیده تری نیز وجود دارند. دایس کنترولر ها مستحق
امروز طراحی کنترول کننده رای سیستم های تک دوری - تک دوری بوده است. برای روشی مباحث پیچیده تر
برای کنترول اینگونه سیستم های ترانزیستور [۴] [۶] [۱۲] [۱۳] مراجعه کنید. تعمیم روش های طراحی
در حوزه ترانس به سیستم های چند متغیره (چند دوری - چند دوری) نیز در مراجع [۹] [۱۳] آمده است.
همینطور روش های که بر اساس بهینه سازی رفتار زمانی سیستم استوار است در مراجع [۴] [۱۶] مورد
روش قرار گرفته اند. امروزه نیز بسیاری از سیستم ها بصورت ناپیوسته (Discrete) کنترول می شوند و برای
آشنایی با روش های طراحی سیستم های کنترلی ناپیوسته می توانید به [۲] [۱۷] [۱۸] مراجعه کنید.

مراجع

- 1 - B. Anderson and Liu, "Controller reduction, concepts and approaches", IEEE TAC, Vol 34, No 8, Aug 1989
pp 802-812
- 2 - k. Aström and B. Wittenmark, "Computer controlled systems, theory and design", Prentice-Hall, 1984
- 3 - M. Athans, "Lecture notes for Multivariable Control Systems, Course 6.232", M.I.T, 1984
- 4 - J. D'Azzo and C. Houpis, "Linear control system analysis and design - conventional and modern", Mc Graw-Hill, 1981
- 5 - J. DiStefano III, A. Stubberud, and I. Williams, "Feedback and control systems", Schaum's outline series, Mc Graw-Hill, 1967
- 6 - R. Dorf, "Modern control systems", Addison Wesley, 1980
(این کتاب توسط آقای دکتر صمدار به فارسی ترجمه شده و توسط انتشارات ماسی منتشر شده است.)
- 7 - N. Lehtomaki, "Practical robustness measures in multivariable control system analysis", Ph.D Thesis, M.I.T, May 1981
- 8 - L. Ljung, "System identification, theory for the user", Prentice-Hall, 1987
- 9 - M. Morari and E. Zafiriou, "Robust process control", Prentice-Hall, 1989
- 10 - J. Roberge, "Operational amplifiers - theory and practice", Wiley, 1975

- 11- T. Soderstrom and P. Stoica, "System identification",
Prentice-Hall, 1989
- 12- G. Stephanopoulos, "Chemical process control - An introduction
to theory and practice", Prentice-Hall, 1984
- 13- M. M. Spong, "Control system synthesis, a factorization
approach", H.I.T. Press, 1985
- 14- N. Balabanian and T. Bickart, "Electrical network theory",
Wiley, 1969
- 15- T. Kailath, "Linear systems", Prentice-Hall, 1980
- 16- H. Kwakernaak and R. Sivan, "Linear Optimal Control
Systems", Wiley, 1972
- 17- G. Franklin and J. Powell, "Digital control of dynamic
systems", Addison-Wesley, 1980
- 18- K. Ogata, "Discrete-Time control systems",
Prentice-Hall, 1987